PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 6. 15. März 1911. Redaktionsschluß für No. 7 am 18. März 1911. 12. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

H. Brotherus, Photometrische Untersuchung der Struktur einiger Spektrallinien. S. 193.

E. O'Connor, Über das Spektrum des Poulsenschen Lichtbogens. S. 196.

M. Born u. R. Ladenburg, Über das Verhältnis von Emissions- und Absorptionsvermögen bei stark absorbierenden Körpern. S. 198.

H. Fletcher, Einige Beiträge zur Theorie der Brownschen Bewegung mit experimentellen Anwendungen. S. 202.

J. Zenneck, Hochspannungsstörungen in Meßinstrumenten. S. 208.

H. Greinacher, Ein Ionisierungsgefäß zur Messung von Radium- und Röntgenstrahlen. S. 209.

A. Wegener, Untersuchungen über die Natur der obersten Atmosphärenschichten. II. S. 214.

W. Volkmann, Über Versuche, die Spiegelablesung zu verfeinern. S. 223.

B. Macků, Zur Theorie der Dämpfung bei Hertzschen Wellen. S. 224.

Personalien. S. 224.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Photometrische Untersuchung der Struktur einiger Spektrallinien.

Von Hj. Brotherus.

Mit 1 Tafel (II).

1. Seit längerer Zeit bin ich in dem Göttinger Physikalischen Institut auf Veranlassung von Herrn Prof. Voigt mit der Beobachtung der Intensitätsverhältnisse im Innern spektraler Emissionslinien beschäftigt. Es handelt sich dabei einerseits speziell bei Linien, die von salzgefärbten Flammen emittiert werden, um den Zusammenhang zwischen den Intensitätsverhältnissen der Spektrallinie und der Konzentration der emittierenden Flamme, wobei diese Konzentration auf verschiedene Weise beurteilt wird. Sodann soll bei Spektrallinien, die zu diffus sind, um durch ein Magnetfeld deutlich zerlegt zu werden, ein Schluß auf den Zeeman-Effekt gezogen werden.

Bei Vorarbeiten für diese zweite Aufgabe habe ich bereits vor einem Jahre die Intensitätsverhältnisse innerhalb der roten Wasserstofflinie untersucht. Da Herr Ladenburg in neuester Zeit Beobachtungen über denselben Gegenstand veröffentlicht hat, welche in ihren Resultaten von den meinigen abweichen, so nehme ich Veranlassung, einen Teil meiner Resultate schon vor der ausführlichen Darstellung, die an anderer Stelle erfolgen wird, kundzugeben.

2. Bei Messungen von der angegebenen Art kann man entweder die Spektrallinien selbst, oder aber ihre photographischen Bilder der Beobachtung unterwerfen. Im letzteren Falle hat man den Vorteil, alle Teile der Spektrallinie bei dem streng gleichen Zustand der Lichtquelle untersuchen zu können, was im ersteren nicht zu garantieren ist. Dafür muß bei Benutzung von Photogrammen durch eigene Beobachtungen der Zusammenhang zwischen der Schwärzung und der Strahlungsintensität festgestellt werden. Der erstere Vorteil ist so groß, daß man dafür die letztere Komplikation mit in Kauf nehmen wird.

Das nach Angaben von Herrn Voigt konstruierte Photometer benutzt das bekannte Prinzip, die beiden zu vergleichenden Lichtintensitäten normal zueinander zu polarisieren und dann zu mischen. Das Verschwinden einer gewissen Interferenzerscheinung ist das Kriterium dafür, daß die beiden Bestandteile die gleiche Intensität besitzen. Diese Gleichheit wird dadurch bewirkt, daß der eine Bestandteil sich in meßbarer Weise schwächen läßt.

Die zu messende Intensität wurde in meinem Falle durch einen sehr feinen Spalt aus einem das Photogramm durchstrahlenden Lichtbündel ausgesondert; die als Maß dienende wurde von derselben Lichtquelle abgezweigt und durchsetzte einen ähnlich feinen Spalt, vor dem ein mikrometrisch verschiebbarer Rauchglaskeil angebracht war. Um die Messung nach der eben geschilderten Mischungsmethode ausführbar zu machen, wurden nicht die scharfen Bilder dieser schmalen Spalten, sondern das von ihnen ohne Linsensysteme gelieferte diffuse Licht beobachtet.

Im übrigen erhellt die Konstruktion des Photometers aus Fig. 1, zu deren Erläuterung noch folgendes bemerkt werden mag.

A Nernstfaden, $L_1 L_2 L_3$ Linsen, $S_1 S_2$ Spiegel, B und C Spalte, vor welchen resp. das Photogramm (B') und ein Rauchglaskeil (C') mikrometrisch verschoben werden konnten; D eine Glasplatte, unter dem Polarisationswinkel gegen die Richtung CD geneigt, N_1 ein Nicol mit Polarisationsebene normal zur Einfallsebene

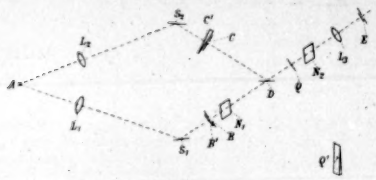


Fig. 1.

von D, N_2 ein zweiter Nicol, parallel oder normal zu ersterem orientiert; Q ein Quarzkeil parallel der optischen Achse geschliffen und die brechende Kante 45° gegen die Achse geneigt, E eine rote Glasscheibe.

Auf dem Wege DE wurden die von den Spalten B und C kommenden, normal zueinander polarisierten Strahlen gemischt und durchsetzten zusammen den Quarzkeil Q. Die in letzterem erzeugten dunklen Streifen des einen Strahles fielen dann dahin, wo die hellen des anderen lagen, und wenn die beiden Lichtstrahlen nicht ganz gleich hell waren, traten sofort die hellen Streifen des schwächeren Strahles dunkel hervor. Durch Verschieben des Rauchglaskeiles C' konnte der durch ihn gehende Strahl verstärkt oder geschwächt und dadurch das System der Streifen zum Verschwinden gebracht werden. Diese Stellung der gleichen Helligkeit der beiden Lichtstrahlen wurde dann an der Skala des Rauchglaskeiles abgelesen.

3. Von der so abgelesenen Lage des Rauchglaskeiles ist die Schwärzung der photographischen Platte (B') linear abhängig; denn unter der Schwärzung S wird jederzeit der natürliche Logarithmus von $\frac{J_0}{J}$ verstanden, wenn J_0 die Intensität des auffallenden und J die des durchgehenden Lichtes ist.

In der Tat, behalten wir die Bezeichnungen J_0 und J für das Photogramm bei und wenden i_0 und i für den Glaskeil an, so verlangt das Verschwinden der Interferenzstreifen ein bestimmtes Verhältnis zwischen J und i, das durch

$$i = hJ$$

bezeichnet werden mag. Wird nun zunächst eine nicht geschwärzte Stelle des Photogramms beobachtet und eine Keildicke D_1 gefunden, so muß gelten

$$hJ_0 = i_0 e^{-\alpha D_1},$$

wobei α dem Keil individuell ist. Für eine geschwärzte Stelle ergibt sich eine andere Keildicke D_2 und

$$hJ = i_0 e^{-\alpha D_2}.$$

Hieraus folgt dann

$$\frac{J_0}{J} = e^{\alpha(D_2 - D_1)}, \quad S = \alpha(D_2 - D_1)$$

wie zu beweisen war.

Um die Empfindlichkeit des Apparates zu steigern, war der Quarzkeil so befestigt, daß man ihm während der Beobachtungen kleine Bewegungen erteilen konnte. Sehr kleine Inhomogenitäten im Gesichtsfelde wurden dadurch sichtbar gemacht und die Einstellung auf gleiche Helligkeit viel genauer. Die Fehler der einzelnen Beobachtungen betrugen höchstens 7, im allgemeinen aber nur 1—4 Skalenteile der Mikrometertrommel, während in Fig. 3 die Intensität M_1 einer Schwärzung von 308 Skalenteilen entspricht. Die rote Glasscheibe (E) diente dazu, das Gesichtsfeld einfarbig zu machen.

4. Über das Verhältnis zwischen Lichtintensität und Schwärzung liegen schon mehrere Untersuchungen vor; die neuesten geben in dem Gebiete der Unterexposition als Resultat

$$S = k i t^p \qquad (1)$$

und in dem Gebiete der Normelexposition

$$S = k \ln(i t^p), \qquad (2)$$

wobei S die Schwärzung, i die Lichtintensität und t die Zeit bezeichnet. k ist eine Konstante. Nach einigen[1]) Untersuchungen ist p konstant, nach anderen[2]) von i und von t abhängig.

Um diese Formeln zu prüfen und für mein Photometer eine Skala zu bekommen, habe ich auf den Vorschlag von Prof. Voigt folgenden Versuch gemacht:

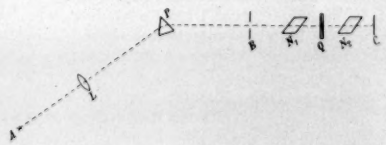


Fig. 2.

Das Licht einer Natriumflamme (A) (gewöhnlicher Bunsenbrenner mit Kochsalzperle) wurde mit einem Prisma (P) zerlegt und dann die hellen D-Linien von dem übrigen Spektrum mit einer Blende (B) getrennt. Das so erhaltene homogene Licht wurde mit einem Nicol (N_1) linear polarisiert, ging dann durch zwei Quarzkeile (Q), welche, wie in dem Babinetschen Kompensator, parallel der optischen Achse geschliffen waren, und durch einen zweiten Nicol (N_2), dessen Polarisationsebene senkrecht zu derjenigen von N_1 war. Wenn nun die optischen Achsen der Quarzkeile 45° gegen die Polarisationsebenen der Nicols geneigt waren, so bestand das auf die photographische Platte (C) fallende

1) G. Leimbach, Zeitschr. f. wiss. Photogr. **7**, 174, 1909.

2) Parkhurst, Astrophys. Journ. **33**, 33, 1909.

Licht aus einem Felde von parallelen, dunklen und hellen Streifen, deren Helligkeit in genügender Annäherung durch die Formel

$$i = i_0 \cos^2 \frac{\pi x}{l}$$

gegeben war. Hier ist i_0 die maximale Helligkeit, l der Abstand zwischen zwei entsprechenden Punkten zweier benachbarten hellen (oder dunklen) Streifen, und x der Abstand des Punktes mit der Helligkeit i von einem mit der maximalen Helligkeit i_0.

5. Die Intensität des auf die Platte fallenden Lichtes war also bekannt als Funktion von i_0 und x, und die von ihm verursachte Schwärzung konnte ich mit dem Photometer bestimmen. Die so erhaltenen Werte für S stimmten sehr gut mit den aus den Formeln (1) und (2) bei konstantem p berechneten überein. Um aber von dem Übelstande frei zu werden, bei der Berechnung einer Intensitätskurve aus einer Schwärzungskurve zwei verschiedene Formeln anwenden zu müssen, habe ich den Ansatz

$$S = k \ln (qit^p + 1) \qquad (3)$$

gemacht, der nun auch auf Werte $qit^p < 1$ anwendbar ist, während (2) hier versagt. Die mit dieser Formel berechneten Schwärzungen stimmten für alle Werte von i sehr gut mit den beobachteten überein. p habe ich dabei als im ganzen Schwärzungsbereich konstant angenommen. Bei der Berechnung der einer beobachteten Schwärzung entsprechenden Lichtintensität habe ich diese Formel (3) immer benutzt und dabei k den aus den obigen Versuchen hervorgehenden Wert gegeben. Diese Untersuchungen über Schwärzung und Intensität werde ich noch bei verschiedenen Expositionszeiten wiederholen. Der neue Wert von k, den diese Versuche geben werden, wird aber keinesfalls die Intensitätskurven wesentlich verändern. Und in dieser vorläufigen Mitteilung handelt es sich nur um den Grundcharakter der untersuchten Linien. —

Diese Methode, die Abhängigkeit der Schwärzung von der Lichtintensität zu bestimmen, hat den großen Vorteil, daß eine einzige Aufnahme alle miteinander zu vergleichenden Schwärzungen gibt.

Diese photographisch-photometrische Methode habe ich angewandt, um die innere Struktur der Spektrallinien H_α, D_1 und D_2 zu bestimmen.

6. Beim Photographieren der H_α-Linie diente mir der kapillare Teil eines gewöhnlichen Geißlerrohres als Lichtquelle bei transversaler Strahlung. Der Gasdruck betrug 4 mm. Zum Zerlegen des Lichtes stand mir ein großes Stufengitter mit sehr hohem Auflösungsvermögen zur Verfügung. — Die rote Wasserstofflinie ist, wie Michelson gefunden hat, eine Doppellinie. Spätere Beobachtungen haben das auch bestätigt. Michelson[1]) hat mit seinem Interferometer den Abstand der beiden Linien zu 0,14 Å.-E. und das Verhältnis der Intensitäten wie 10:7 bestimmt. Ebert[2]) und Pulfrich[3]) haben den Abstand 0,132 und Houstoun[4]) 0,065 Å.-E. gefunden. Die Linien sind sehr unscharf und dies dürfte der Grund sein, warum sie in einem Rowlandschen Gitter nicht getrennt zu sehen sind. —

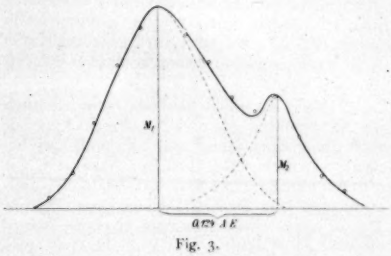


Fig. 3.

In Fig. 3 ist die stark ausgezogene Kurve die von mir photographisch-photometrisch bestimmte Intensitätskurve der H_α-Linie. Beim Photometrieren war der Spalt B (Fig. 1), vor welchem das Photogramm war, 0,05 mm breit, und die Beobachtungen habe ich so gemacht, daß die Ränder zweier benachbarten beobachteten Bezirke immer zusammenfielen. Die Kurve (Fig. 3) zeigt deutlich, daß die Linie doppelt ist. Wenn die beiden Komponenten so liegen, wie die gestrichelten Linien zeigen, so ist ihr Abstand 0,124 Å.-E. Wenn man unter der Intensität einer Linie ihre maximale Intensität (M) versteht, so gibt Fig. 3 für das Verhältnis $(M_1 : M_2)$ der maximalen Intensitäten der beiden Komponenten den Wert 9:5. Die Gesamtintensitäten verhalten sich wie 14:5. —.

7. Wie im Eingang bemerkt, hat kürzlich Ladenburg Untersuchungen über das Emissions- und Absorptionsvermögen der roten Wasserstofflinie gemacht und die Intensitätskurve dieser Linie gegeben[5]). Die Kurve verläuft nun ohne irgendeine Vertiefung von dem Punkte der maximalen Helligkeit fast ganz symmetrisch nach beiden Seiten hin. Daß Laden-

1) A. A. Michelson, Phil. Mag. (5) **34**, 280—299, 1892.
2) A. Ebert, Wied. Ann. **43**, 800, 1891.
3) C. Pulfrich, Zeitschr. f. Instrumentenk. **13**, 410, 1893.
4) R. A. Houstoun, Phil. Mag. (6) **7**, 456—467, 1904.
5) Ladenburg, diese Zeitschr. **12**, 5, 1911, Fig. 3, II.

burg diese symmetrische Intensitätsverteilung bekommen hat, erklärt sich aus seinen Versuchsbedingungen. Denn erstens hat er nur Bezirke, deren Breite 1—2 Å.-E. entsprach, gemessen und, wie schon gezeigt, ist der Abstand der Komponenten etwa 0,124 Å.-E. Und zweitens hat Ladenburg eine 250 mm lange Wasserstoffschicht in der Längsrichtung beobachtet und dem Induktorium parallel Leidener Flaschen geschaltet. Dadurch wurde die Linie so breit[1]) (5,2 Å.-E.), daß sie das Aussehen einer einfachen Linie gehabt haben muß. Damit will ich nur den Unterschied der Resultate von Ladenburg und mir erklärt und zugleich hervorgehoben haben, daß die von Ladenburg gegebene Kurve nicht die Intensitätsverteilung in einer scharfen H_α-Linie darstellt.

8. Nach derselben Methode habe ich auch die Natriumlinien D_1 und D_2 untersucht. Zur Herstellung eines konstanten Natriumlichtes bediente ich mich eines ähnlichen Apparates, wie z. B. Arrhenius[2]) und Wilson[3]) bei ihren Untersuchungen über die Leitfähigkeit einer Flamme. Der in einem Gouy-Zerstäuber erzeugte Dampf einer Na_2CO_3-Lösung wurde in die Flamme eines Bunsengebläsebrenners geleitet und gab so eine gute, konstante Stichflamme. Durch Anwendung von Lösungen verschiedener Konzentration konnte ich die Dichte des Natriumdampfes in der Flamme variieren, die als angenähert proportional mit der Konzentration der angewandten Lösungen betrachtet werden darf.

Mit einem großen Rowlandschen Plangitter wurde das Licht zerlegt. Um eine auch bei den verdünnteren Lösungen für die photometrischen Messungen genügende Breite der Linien zu erhalten, habe ich in der zweiten Ordnung photographiert und dabei das durch das große Objektiv des Spektralapparates von fast 3 m Brennweite erzeugte Bild durch ein kleines photographisches Objektiv nochmals auf das etwa $2^1/_2$fache vergrößert.

Wegen der so erzielten starken Vergrößerung und der davon herrührenden Verkleinerung der Lichtstärke habe ich jede Aufnahme $2^1/_2$ Stunden exponieren müssen. Als Kriterium dafür, daß die Flamme während der Exposition konstant war, habe ich ihre Leitfähigkeit vor und nach der Exposition bestimmt. Die Schwankungen betrugen höchstens 3 Proz.

Tafel II gibt einige mit der Formel (3) aus den photometrisch gemessenen Schwärzungen erhaltenen Intensitätskurven der Linien. Die verschiedenen Kurven (I, II, III, IV) entsprechen Lösungen, deren Konzentrationen sich verhielten wie 1 : 2 : 8 : 32. Um bei dem Entwickeln der verschiedenen Aufnahmen genau dieselben Verhältnisse zu haben, habe ich die ganze Reihe auf eine Platte exponiert.

9. Die mit der wachsenden Konzentration immer stärkere Umkehrung der Linien ist sehr deutlich zu sehen[1]). Es ist vielleicht angemessen, darauf hinzuweisen, daß diese Selbstumkehr nicht (wie vielfach angenommen) ausschließlich oder in erster Linie von der Absorption der kühleren Schichten der Flamme herrührt. Auch bei einer ganz homogenen Flamme findet nach der Theorie eine Selbstumkehrung der Spektrallinie statt, wenn Absorptionsindex und Dicke der Flamme eine hinreichende Größe haben, wie die unter gewissen plausiblen Annahmen hier geltende Formel[2]) für das Emissionsvermögen

$$E = \frac{4n\varepsilon\left(1 - e^{-\frac{4\pi n\varkappa l}{\lambda}}\right)}{K - (K - N)\, e^{-\frac{4\pi n\varkappa l}{\lambda}}},$$

$$K = (1+n)^2 + n^2\varkappa^2, \quad N = 4n(1+\varkappa^2)$$

lehrt. In derselben bezeichnet n den Brechungs-, $\varkappa$ den Absorptionsindex, l die Dicke der Flamme, λ die Wellenlänge, ε die Emission des schwarzen Körpers, die innerhalb des uns interessierenden Bereiches als konstant zu betrachten ist. Ist $n\varkappa l/\lambda$ hinreichend groß, daß die Exponentialgröße unbeträchtlich neben Eins ist, so ergibt sich ein Minimum der Emission bei größtem $n\varkappa$, ist $\varkappa$ und $n\varkappa l/\lambda$ sehr klein, dann umgekehrt ein Maximum.

Von Interesse ist die deutliche Unsymmetrie der Intensitätskurven bezüglich der Mitte jeder Emissionslinie. Auf ihre Diskussion soll aber an dieser Stelle noch nicht eingegangen werden.

1) Mit der Breite der Linie ist dabei der Abstand der beiden Punkte $^1/_2 M$ verstanden.
2) S. Arrhenius, Wied. Ann. **42**, 18, 1891.
3) H. A. Wilson, Phil. Trans. A. **192**, 499, 1899.

1) Nach neuen, während des Druckes gemachten Beobachtungen ist auch bei der verdünntesten Lösung (I) an der Linie D_2 eine schwache Umkehrung zu sehen.
2) W. Voigt, Gött. Nachr. 1911, Heft 2.

Göttingen, Physikalisches Institut, 1. Februar 1911.

(Eingegangen 13. Februar 1911.)

Über das Spektrum des Poulsenschen Lichtbogens.
(On the Spectrum of the Poulsen Arc.)

Von E. O'Connor.

Das Spektrum des elektrischen Lichtbogens weist, je nach den Bedingungen, unter denen er hervorgebracht wird, manche Verschiedenheiten in

seinem Aussehen auf. Es erschien daher wünschenswert, den Bogen eines Poulsenschen Generators spektroskopisch zu untersuchen; unterscheiden sich doch die elektrischen Verhältnisse bei diesem Bogen in vielen wichtigen Zügen von denen bei anderen bisher untersuchten Arten von Bögen. Eine Form eines schwingenden Lichtbogens hat La Rosa[1]) untersucht. La Rosa fand, daß das Spektrum des Duddellschen Bogens bei einer Steigerung der Kapazität im Schwingungskreise allmählich in das Funkenspektrum überging, daß dagegen durch Einführung von Selbstinduktion das Bogenspektrum wiederhergestellt wurde.

Der Zweck der vorliegenden Untersuchung dagegen war, die Spektren des Bogens zu vergleichen, einmal wenn im Schwingungskreise kräftige Schwingungen erregt wurden, das andere Mal, wenn dieser Kreis abgeschaltet war, während sonst alle Bedingungen möglichst gleich blieben.

Zu diesem Zwecke benutzte ich den Poulsenschen Generator der Station für drahtlose Telegraphie im Armstrong College. Aus dem städtischen Netz mit 240 Volt leitete ich einen Strom von ungefähr 6 Ampere durch den Bogen und die zugehörigen Regulierwiderstände, Drosselspulen usw. In dem Stromkreis war ferner ein großer Elektromagnet enthalten, der das Magnetfeld erregte, in dem der Bogen brennt. Ein langsamer Leuchtgasstrom zirkulierte durch die Kammer des Bogens und lieferte die erforderliche Atmosphäre zur Erzeugung der Schwingungen. Der Schwingungskreis bestand aus einer Kapazität von 0,002 Mikrofarad und einer Induktanz von 1632000 Ohm; diese letztere war hergestellt aus einer Spule aus blankem Kupferstab, dessen Widerstand vernachlässigt werden konnte. Die Schwingungszahl war somit 277000 in der Sekunde, während die höchste Schwingungszahl, die La Rosa benutzt hat, ungefähr 20000 in der Sekunde betrug.

Ein totalreflektierendes Prisma bildete ein Fenster am oberen Ende der Bogenkammer und gestattete, das von dem Bogen kommende Licht horizontal auf den Spalt eines Hilgerschen Spektrographen zu reflektieren. Ich nahm die Bogenspektren photographisch auf, einmal, wenn der Schwingungskreis eingeschaltet war, das andere Mal, wenn er unterbrochen war. Fig. 1 läßt die auffallende Verschiedenheit zwischen den in den beiden Fällen auftretenden Spektren erkennen. Das Spektrum (*a*), das bei abgeschaltetem Schwingungskreis aufgenommen

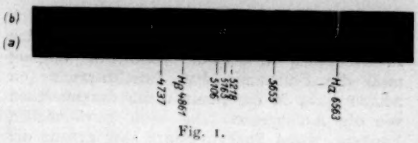


Fig. 1.

wurde, zeigt die stärksten Kupferlinien, die Häupter der Banden im Kohlenstoffspektrum und die Wasserstofflinie bei 6563 Å.-E., die ziemlich stark ist. Bei angeschlossenem Schwingungskreis hatte das Spektrum (*b*) ein ganz abweichendes Aussehen. Die Kupferlinien sind verschwunden, während die Wasserstofflinien bei 6563 Å.-E. und 4861 Å.-E. und das Bandenspektrum des Kohlenstoffs sehr kräftig sind.

Es schien schwierig, diesen Unterschied aus der Temperatur zu erklären, und eine Betrachtung des im Bogen verlaufenden Prozesses führte zu dem Schlusse, daß die Atmosphäre beim schwingenden Bogen eine wichtige Rolle spielte.

Beim Poulsenschen Lichtbogen erhält man die Stromkurve nicht durch die einfache Überlagerung einer Sinuskurve über die Gerade, welche den Gleichstrom darstellt; die Stromkurve nimmt vielmehr die Gestalt an, wie sie Fig. 2 zeigt[1]). Diese Gestalt der Kurve, die

Fig. 2.

Blondel[2]) experimentell erhalten hat, ergibt sich daraus, daß die Amplitude des Wechselstromes größer ist als die des Gleichstromes. Daher ist der Bogen während eines Teiles jeder Schwingung erloschen, und während dieser Zeit wird die Atmosphäre zwischen den Elektroden rasch entionisiert. Weiter bewirkt während des Stromdurchganges das Magnetfeld, daß die Entladung aus der kürzesten Bahn zwischen den Elektroden abgelenkt wird. Die Folge davon ist, daß bei erneuter Zündung des Bogens die Entladung in einer verhältnismäßig frischen Atmosphäre vor sich geht.

Die Wirksamkeit des Bogens zur Erzeugung kräftiger Schwingungen ist davon abhängig, daß diese Entionisierung so weit getrieben wird,

1) M. La Rosa, Umwandlungen des Spektrums des selbsttönenden Lichtbogens. Ann. d. Phys. (4) **29**, 249, 1909.

1) H. Barkhausen, Das Problem der Schwingungserzeugung, 1907.

2) Blondel, Éclair. électr. **44**, 1905.

daß eine beträchtliche Spannung erforderlich wird, um den Raum zwischen den Elektroden zu durchschlagen. Bei jeder einzelnen Schwingung muß die Entladung den Zwischenraum von neuem ganz in derselben Weise durchbrechen wie die Anfangsentladung beim gewöhnlichen Funken. Beim Funken bringt aber gerade die Anfangsentladung die Linien der Atmosphäre im Spektrum hervor[1]). Wir werden sonach erwarten, daß das Spektrum der Atmosphäre vorherrschen wird, und das stimmt mit dem beobachteten Spektrum überein.

Um diesen Punkt eingehender zu erforschen, ersetzte ich die Leuchtgasatmosphäre durch eine Wasserstoffatmosphäre und photographierte wiederum die Spektren (siehe Fig. 3). Im

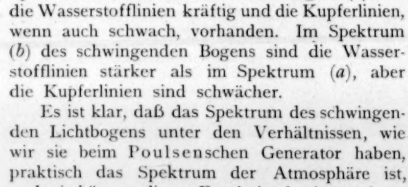


Fig. 3.

Spektrum des nicht oszillierenden Bogens (*a*) sind die Wasserstofflinien kräftig und die Kupferlinien, wenn auch schwach, vorhanden. Im Spektrum (*b*) des schwingenden Bogens sind die Wasserstofflinien stärker als im Spektrum (*a*), aber die Kupferlinien sind schwächer.

Es ist klar, daß das Spektrum des schwingenden Lichtbogens unter den Verhältnissen, wie wir sie beim Poulsenschen Generator haben, praktisch das Spektrum der Atmosphäre ist, und wir können dieses Ergebnis als eine spektroskopische Bestätigung der Theorie für die Erzeugungsweise der Schwingungen auffassen.

Ich möchte Herrn Morris Airey für die Anregung zu diesen Versuchen und für seine Ratschläge bei ihrer Ausführung meinen besten Dank ausdrücken.

1) Hemsalech, C. R. **141**, 122, 1905.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 13. Februar 1911.)

Über das Verhältnis von Emissions- und Absorptionsvermögen bei stark absorbierenden Körpern.

Von Max Born und Rudolf Ladenburg.

Die Theorie der Wärmestrahlung beruht auf einer eigenartigen Anwendung der Sätze der Thermodynamik auf die Vorgänge der strahlenden Fortpflanzung der Energie, die heute am vollkommensten durch die elektromagnetische Lichttheorie Maxwells dargestellt werden. Es liegt hier eine gewisse Schwierigkeit vor; denn die elektromagnetische Lichttheorie gewinnt ihre Gesetze auf Grund der Vorstellung regelmäßiger Wellenzüge, während die Gesetze der Wärmestrahlung offenbar nur als Ausdruck einer starken „Unordnung" der Schwingungsvorgänge (im Sinne der statistischen Theorien) zu verstehen sind[1]). Die Möglichkeit, daß hier die Verknüpfung der thermodynamischen und elektromagnetischen Betrachtungsweise zu Widersprüchen Anlaß geben könnte, liegt vor und ist nur der Beachtung etwas entrückt worden durch die ungleich größeren Schwierigkeiten, die sich bei der Ableitung der vollständigen Strahlungsformel einstellen.

Wir sind nun in der Tat schon bei einer der einfachen, üblichen Betrachtungen zur Begründung des Kirchhoffschen Satzes auf einen Fall gestoßen, in dem Thermodynamik und Maxwellsche Theorie nicht ohne weiteres im Einklang zu sein scheinen.

Bei der Ableitung des vollständigen Kirchhoffschen Gesetzes[2]) benutzt man nämlich eine Beziehung zwischen der auf die Grenze zweier Medien auffallenden Strahlungsintensität (1), der reflektierten (ϱ) und der eindringenden (δ), und man bedient sich gewöhnlich der vom energetischen Standpunkte anscheinend selbstverständlichen Relation[3])

$$1 - \varrho = \delta,$$

welche aussagt, daß die Summe von reflektierter und durchgelassener Strahlung gleich der auffallenden Strahlung 1 ist.

Aus der Maxwellschen Theorie folgt jedoch, wie hier gezeigt werden soll, daß bei der üblichen Definition der Strahlungsintensität als des zeitlichen Mittelwertes des Poyntingschen Vektors für regelmäßige Wellenzüge diese Beziehung in absorbierenden Medien streng nicht gültig ist. Allerdings läßt sie sich im Falle schwach absorbierender Körper annäherungsweise aufrecht erhalten, ein Fall, auf den sich im allgemeinen die Betrachtungen über die Vorgänge der Wärmestrahlung (Hohlraumstrahlung) beschränken.

1) Vgl. M. Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung. Leipzig 1906, § 132, S. 134.

2) Wir verstehen darunter mit M. Laue nicht nur den Satz von der Proportionalität von Emission und Absorption, sondern die Gesamtheit der Beziehungen, welche die Abhängigkeit der Strahlung von den optischen Konstanten des Mittels darstellen. (M. Laue, Ann. d. Phys. (4) **32**, 1086, 1910, Anm. 1.) Daher bezieht sich das Folgende nicht auf die Pringsheimsche Ableitung jener Proportionalität. (E. Pringsheim, Verhandl. d. deutsch. phys. Ges. 1901, S. 81.)

3) Vgl. M. Planck, l. c., § 36, S. 36.

Die hervorgehobene Schwierigkeit steht in engem Zusammenhange mit einer Untersuchung von W. Voigt[1]) über den Zusammenhang zwischen Emissions- und Absorptionsvermögen (E und A) einer in Form einer planparallelen Platte vorausgesetzten, in parallelen Schichten homogen, aber inkohärent erregten Substanz, deren Eigenschaften auf Grund der elektromagnetischen Lichttheorie untersucht werden. Für die senkrecht zu den Begrenzungsebenen der Schicht sich fortpflanzende Strahlung findet Voigt bei Berücksichtigung der an den Grenzebenen stattfindenden Reflexionen, daß der Quotient E/A von der Länge L der Schicht nicht unabhängig ist, was offenbar eine erste Voraussetzung für die Gültigkeit des Kirchhoffschen Gesetzes wäre. Der wesentliche Grund ist — worauf unten näher eingegangen werden soll —, daß die von Voigt benützten Gesetze der Reflexion diejenigen für stark (metallisch) absorbierende Körper sind und daß daher die oben erwähnte Beziehung $1 - \varrho = \delta$ nicht erfüllt ist.

Würde nämlich diese Beziehung an den Grenzen der planparallelen Platte gelten, so zeigt die folgende kleine Rechnung[2]), daß das Verhältnis E/A auch bei beliebiger Absorption der Substanz im Innern, homogene Erregung (wie bei Voigt) vorausgesetzt, von der Länge L unabhängig ist.

Zur Berechnung des Emissionsvermögens E betrachten wir die monochromatische, linear polarisierte Intensität $E_0 dz$, die von einer unendlich dünnen Schicht dz im Abstande z von der einen Grenzebene der leuchtenden Platte (vgl. Fig. 1) in der positiven und negativen Z-Richtung emittiert wird, und legen das gewöhnliche Absorptionsgesetz zugrunde, gemäß welchem von einer Schicht der Länge z, auf die die Intensität J_0 auffällt und die die Absorptionskonstante[3]) a besitzt, der Betrag

$$J = J_0 e^{-az}$$

durchgelassen wird.

1) W. Voigt, Wied. Ann. **67**, 366, 1899. [Ich verdanke Herrn Voigt den Einblick in die Korrekturen einer Arbeit von ihm „Allgemeines über Emission und Absorption usw.", die demnächst in den Nachr. d. K. Gesellschaft d. Wissenschaften zu Göttingen, Math.-phys. Kl. 1911, erscheinen wird, und in der Herr Voigt auf unsere Betrachtungen Bezug nimmt. In einem Zusatz zu dieser Voigtschen Mitteilung stellt Herr H. A. Lorentz Überlegungen an, die mit den unseren in manchen Punkten übereinstimmen. M. Born].

2) Ähnliche Ansätze finden sich z. B. bei: Zöllner, Pogg. Ann. **142**, 88, 1871; H. Kayser, Handb. d. Spektroskopie, II, 184; H. v. Helmholtz, Vorl. über theoretische Physik, Bd. VI, Theorie d. Wärme (herausgeg. v. F. Richarz), § 43, S. 162; F. Kurlbaum, Wied. Ann. **67**, 854, 1899; R. Ladenburg, Verh. d. deutschen phys. Ges. **12**, 54, 1910.

3) Vgl. Kaysers Definitionen in Winkelmanns Handb. d. Phys. (2. Aufl.) Bd. 6, S. 240.

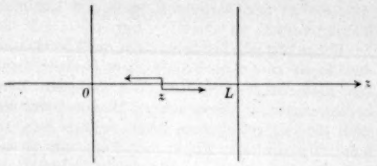


Fig. 1.

Es bezeichne ferner ϱ bzw. δ den reflektierten bzw. durchgelassenen Bruchteil der aus der Substanz auf die Grenzfläche gegen den Äther auftreffenden Intensität. Ebenso wie Voigt nehmen wir an, daß ein Strahl nach Durchlaufen der doppelten Schichtdicke mit sich nicht mehr interferenzfähig ist, so daß bei Superposition zweier derartiger Strahlen die Intensitäten, und nicht die Amplituden, zu addieren sind. Dann ergibt sich für die in der positiven z-Richtung bei Berücksichtigung der vielfachen Reflexionen austretende Gesamtintensität eine geometrische Reihe, deren Summe

$$\frac{E_0 \delta \left(e^{-a(L-z)} + \varrho e^{-a(L+z)}\right) dz}{1 - \varrho^2 e^{-2aL}}$$

ist.

Weiter nehmen wir mit Voigt an, daß die einzelnen Schichten dz homogen und inkohärent erregt werden; dann erhalten wir durch Summation (Integration des vorhergehenden Ausdrucks nach z) für das Emissionsvermögen:

$$E = \frac{E_0 \delta \left(1 - e^{-aL}\right)}{a \left(1 - \varrho e^{-aL}\right)}.$$

Zur Berechnung des Absorptionsvermögens andrerseits nehmen wir an, daß auf die Grenzfläche o die Intensität 1 auffalle und daß ϱ_1 bzw. δ_1 das Reflexionsvermögen, bzw. die Durchlässigkeit sind, wenn der Strahl aus dem Äther in die Substanz eindringt. Unter denselben Voraussetzungen der Inkohärenz wie oben ergibt sich dann für das Absorptionsvermögen, d. i. den Bruchteil der auffallenden Intensität, der weder an der ersten Grenze reflektiert, noch von der zweiten Grenzfläche durchgelassen wird,

$$A = \frac{\left(1 - \varrho_1\right)\left(1 - \varrho e^{-aL}\right) - \delta \delta_1 e^{-aL}}{1 - \varrho e^{-aL}}.$$

Gemäß unserer Annahme setzen wir nun

$$1 - \varrho_1 = \delta_1,$$
$$1 - \varrho = \delta.$$

So erhalten wir

$$A = \frac{\delta_1 \left(1 - e^{-aL}\right)}{1 - \varrho e^{-aL}}$$

und

$$\frac{E}{A} = \frac{E_0}{a} \frac{\delta}{\delta_1}.$$

Also ist der Quotient E/A in der Tat unabhängig von L.

Diese Betrachtung führt dazu, die Abweichung des Resultates der Voigtschen Untersuchung vor allem in der Benutzung der strengen Grenzbedingungen für absorbierende Medien zu suchen und die Frage aufzuwerfen, welche Zusatzhypothesen man zu machen hat, um unsere einfache Grenzbedingung aufrecht erhalten zu können; um so mehr, als kürzlich Herr Laue[1]) bei Ausdehnung des Planckschen Beweises des Kirchhoffschen Satzes auf stark absorbierende Körper auch jene Grenzbedingung benutzte (vgl. die ersten beiden Gl. S. 1090).

— Wir betrachten also den Vorgang der Reflexion und Brechung ebener Wellen bei senkrechter Inzidenz an der ebenen Grenze zweier absorbierender Medien verschiedener optischer Konstanten, die wir durch die Indizes 1 bzw. 2 charakterisieren wollen.

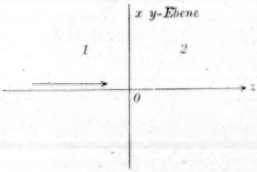


Fig. 2.

Z sei die Fortpflanzungsrichtung, die XY-Ebene die Grenzebene. Es falle ein in der Y-Richtung polarisierter Strahl von der Frequenz ν von negativem z her aus dem Medium 1 auf die Grenzebene auf, dessen Amplitude an dieser gleich 1 sei; ω sei die Lichtgeschwindigkeit, $n = \frac{\omega}{c}$ der Brechungsquotient und k der Extinktionskoeffizient[2]). Dann haben die elektrische (X) und magnetische Komponente (M) des auffallenden (Index e) bzw. reflektierten (r) und eindringenden (d) Strahls bekanntlich folgende Werte:

$$X_e = e^{\frac{z k_1 \nu}{\omega_1}} \cos \nu \left(t - \frac{z}{\omega_1}\right),$$

$$X_r = -R e^{+\frac{z k_1 \nu}{\omega_1}} \cos \nu \left(t + \frac{z + \xi_r}{\omega_1}\right)$$

$$X_d = D e^{\frac{z k_2 \nu}{\omega_2}} \cos \nu \left(t - \frac{z - \xi_d}{\omega_2}\right)$$

1) M. Laue, Ann. d. Phys. (4) **32**, 1085, 1910.

2) Diese Größe k steht bekanntlich mit der oben definierten Absorptionskonstante a in der Beziehung $a = \frac{2 k \nu}{\omega} = \frac{4 \pi k}{\lambda}$, wobei λ die Wellenlänge in der absorbierenden Substanz bedeutet.

$$M_e = a_1 e^{\frac{z k_1 \nu}{\omega_1}} \cos \nu \left(t - \frac{z + \beta_1}{\omega_1}\right)$$

$$M_r = a_1 R e^{\frac{z k_1 \nu}{\omega_1}} \cos \nu \left(t + \frac{z + \xi_r - \beta_1}{\omega_1}\right)$$

$$M_d = a_2 D e^{\frac{z k_2 \nu}{\omega_2}} \cos \nu \left(t - \frac{z - \xi_d + \beta_2}{\omega_2}\right);$$

hier ist:

$$R \cos \frac{\xi_r \nu}{\omega_1} = \frac{(n_2^2 - n_1^2) + (n_2^2 k_2^2 - n_1^2 k_1^2)}{(n_1 + n_2)^2 + (n_1 k_1 + n_2 k_2)^2},$$

$$R \sin \frac{\xi_r \nu}{\omega_1} = \frac{2 n_1 n_2 (k_1 - k_2)}{(n_1 + n_2)^2 + (n_1 k_1 + n_2 k_2)^2},$$

$$D \cos \frac{\xi_d \nu}{\omega_2} = \frac{n_1 (n_1 + n_2) + n_1 k_1 (n_1 k_1 + n_2 k_2)}{(n_1 + n_2)^2 + (n_1 k_1 + n_2 k_2)^2},$$

$$D \sin \frac{\xi_d \nu}{\omega_2} = \frac{n_1 (n_1 k_1 + n_2 k_2) - n_1 k_1 (n_1 + n_2)}{(n_1 + n_2)^2 + (n_1 k_1 + n_2 k_2)^2},$$

und

$$a_1 \cos \frac{\beta_1 \nu}{\omega_1} = n_1; \qquad a_2 \cos \frac{\beta_2 \nu}{\omega_2} = n_2;$$

$$a_1 \sin \frac{\beta_1 \nu}{\omega_1} = n_1 k_1; \qquad a_2 \sin \frac{\beta_2 \nu}{\omega_2} = n_1 k_2.$$

In der üblichen Weise sei die Intensität des Strahles definiert als der zeitliche Mittelwert des Poyntingschen Vektors erstreckt über eine Zeit T, die sehr groß ist gegenüber der Dauer einer Schwingung. Bei einer regelmäßigen Schwingung ist das dasselbe wie der Mittelwert über eine Periode:

$$S = \frac{c \nu}{8 \pi^2} \int_0^{2\pi} \vec{X} \cdot \vec{M} \, dt.$$

Hier ist im ersten Medium zu setzen

$$X = X_e + X_r, \qquad M = M_e + M_r,$$

und im zweiten:

$$X = X_d, \qquad M = M_d.$$

Mit Benutzung der einfachen Integralformel

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(x + a) \cos(x + b) \, dx = \frac{1}{2} \cos(a - b)$$

ergibt sich für den Strahl im ersten Medium

$$S_1 = S_e - S_r + S_{e,r}$$

und für den Strahl im zweiten Medium

$$S_2 = S_d,$$

wobei

$$S_e = \frac{c}{8\pi} n_1 e^{\frac{2 k \nu}{\omega_1} z},$$

$$S_r = \frac{c}{8\pi} n_1 R^2 e^{+\frac{2 k_1 \nu}{\omega_1} z},$$

$$S_{e,r} = \frac{c}{4\pi} n_1 k_1 R \sin \nu \frac{2z + \xi_r}{\omega_1},$$

$$S_d = \frac{c}{8\pi} n_2 D^2 e^{\frac{2 k_2 \nu}{\omega_2} z}.$$

An der Grenze $z = 0$ ist, wie leicht zu sehen,

$$S_1^0 = S_2^0.$$

Im ersten Medium besteht der Vorgang erstens aus dem einfallenden Strahle S_e, zweitens aus dem reflektierten Strahle S_r, drittens aus dem Bestandteile $S_{e,r}$. Man sieht also, daß unsere Grenzbedingung $1 - \varrho = \delta$, die hier offenbar äquivalent mit $S_e^0 - S_r^0 = S_d^0$ ist, nicht erfüllt ist, weil $S_{e,r}$ auch für $z = 0$ im allgemeinen von Null verschieden ist.

Was bedeutet nun dieser Bestandteil $S_{e,r}$? Er hängt offenbar mit der Interferenz des einfallenden und des reflektierten Strahles aufs innigste zusammen; er ist nämlich eine lokale Strahlung von periodisch wechselnder Richtung, die ungefähr von den Stellen der Interferenzmaxima der beiden Wellen gegen die Stellen der Minima[1]) gerichtet ist. Im Falle schiefer Inzidenz würde diese Strahlung vermutlich in geschlossenen Bahnen kreisen[2]). Für $z = 0$ hat $S_{e,r}$ den Wert

$$S_{e,r}^0 = \frac{c}{8\pi} n_1 k_1 R \sin\frac{\xi_r \nu}{\omega_1}$$

$$= \frac{c}{8\pi} n_1 k_1 \frac{2 n_1 n_2 (k_1 - k_2)}{(n_1 + n_2)^2 + (n_1 k_1 + n_2 k_2)^2}.$$

Streng wird dieser Ausdruck Null, 1. wenn $k_1 = k_2$, d. h. wenn sich beide Medien bezüglich der Absorption gleich verhalten; 2. wenn $k_1 = 0$ ist, d. h. falls der Strahl aus einem nicht absorbierenden Medium in ein absorbierendes eintritt. Die Abweichung von dem einfachen Grenzgesetz $1 - \varrho = \delta$ findet also statt, wenn der Strahl aus einem stark absorbierenden Medium in ein Medium von anderem Extinktionskoeffizienten (inbegriffen $k_2 = 0$) eintritt. Sind alle vorkommenden Extinktionskoeffizienten als klein von 1. Ordnung zu betrachten, wie es in der Planckschen Strahlungstheorie (l. c.) geschieht, so wird $S_{e,r}$ klein von der 2. Ordnung.

Die Berechtigung des Gebrauches der Grenzbedingung $1 - \varrho = \delta$ im Falle starker Absorption (Laue, l. c.) ist also aus der elektromagnetischen Lichttheorie, die mit regelmäßigen Wellenzügen operiert, streng nicht abzuleiten.

Mit Rücksicht auf den in der Einleitung erwähnten prinzipiellen Unterschied zwischen der elektromagnetischen und der thermodynamischen Behandlungsweise der Strahlung wird die Vermutung nahe gelegt, es werde sich die Gültigkeit der einfachen Grenzbedingung dadurch wiederherstellen lassen, daß man die vollkommene „Unordnung" der Strahlung in sogenanntem „natürlichen Lichte" und die daraus folgende Inkohärenz in Rechnung setzt.

Man wird durch geeignete Annahmen über die Unordnung des Strahlungsvorganges das Gebiet, in dem der einfallende und der reflektierte Strahl interferieren, einzuschränken suchen. Ohne über die Art und Weise, wie das möglich ist, zunächst etwas auszusagen, wollen wir die Hypothese machen, daß der einfallende und der reflektierte Strahl nur auf einer Strecke von der Länge l in unmittelbarer Nachbarschaft der Grenzfläche interferenzfähig sind. Denken wir uns also im ersten Medium eine zur Grenze parallele Ebene E im Abstand l gelegt, so soll die einfallende Welle mit der reflektierten nur in dem Raume zwischen den beiden Ebenen interferieren, vor der Ebene E aber nicht. Vor und an der Ebene E wird also $S_{e,r}$ verschwinden, daher wird auf E der Strahlvektor den Betrag

$$S_1^* = S_e^* - S_r^*$$

haben, wo

$$S_e^* = \frac{c}{8\pi} n_1 e^{\frac{2\varkappa_1 \nu}{\omega_1} l},$$

$$S_r^* = \frac{c}{8\pi} n_1 R^2 e^{-\frac{2\varkappa_1 \nu}{\omega_1} l}.$$

Wendet man jetzt den Poyntingschen Satz auf die zwischen den beiden Ebenen befindliche Schicht an und beachtet, daß bei einem stationären Vorgange im Zeitmittel keine Änderung der elektromagnetischen Energie stattfindet, so ergibt sich

$$S_e^* - S_r^* = S_2^0 + Q,$$

wo

$$S_2^0 = S_d^0 = \frac{c}{8\pi} n_2 D^2$$

die hindurchgehende Intensität und Q die Wärme ist, die in einem Stücke der Schicht von der Grundfläche 1 in der Zeiteinheit entwickelt wird. Nun unterscheiden sich S_e^* von S_e^0, S_r^* von S_r^0, Q von 0 nur um Größen der Ordnung l; denn man erhält zunächst

$$S_e^* = S_e^0 + \frac{c n_1 \varkappa_1 \nu}{4\pi\omega_1} l + \cdots,$$

$$S_r^* = S_r^0 - R^2 \frac{c n_1 \varkappa_1 \nu}{4\pi\omega_1} l + \cdots;$$

die entwickelte Wärme aber ist

$$Q = \frac{\nu}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\nu}} \int_{-l}^{0} \sigma (X_e + X_r)^2 dz dt,$$

wo

1) Da die beiden interferierenden Wellen gedämpft sind, kann man dieses Interferenzsystem nicht eigentlich als „stehende Wellen" bezeichnen; wir sprechen daher auch nicht von „Bäuchen" und „Knoten".

2) Vgl. die allerdings nur im Falle verschwindender Absorption durchgeführten Rechnungen über den Strahlungsverlauf im Falle der Totalreflexion von A. Eichenwald, Journ. d. russ. physik.-chem. Ges. **41**, physik. Teil, S. 131—153, 1909. Reproduziert von Cl. Schaefer und G. Groß, Ann. d. Phys. (4), **32**, 648, 1910.

$$\sigma = \frac{1}{2\pi} n^2 \varkappa \nu$$

die elektrische Leitfähigkeit bedeutet, und man findet leicht[1])

$$Q = l\sigma\left(\frac{1-R^2}{2} + R\frac{\cos\nu\xi_r}{\omega_1}\right) + \cdots;$$

die Punkte deuten Glieder höherer Ordnung in l an.

Ist l sehr klein, so erhält man also approximativ die Grenzbedingung $1-\varrho = \delta$ bei beliebigen Werten der Extinktionskoeffizienten.

Über die Annahme, die man machen muß, um die Interferenzfähigkeit der Wellen in der geschilderten Weise einzuschränken, möge hier nur bemerkt werden, daß im Falle schiefer Inzidenz der Bereich der Interferenz der einfallenden und der reflektierten Welle offenbar dann klein wird, wenn das Strahlenbündel einen kleinen Querschnitt hat. Bei diffuser Reflexion, wie sie in der Theorie der Hohlraumstrahlung wohl hauptsächlich in Betracht kommt, wird das eo ipso statthaben; denn dann wird man sich die Wand aus lauter kleinen, ebenen und gegeneinander geneigten Stücken bestehend denken können, und wenn auch ein breites Strahlenbündel auffällt, so wird es durch die Wand selbst in lauter schmale Bündel zerlegt und zerstreut.

Wir meinen, daß man die Gültigkeit der Formel $1-\varrho = \delta$ für die Theorie der Wärmestrahlung auf dem hier angedeuteten Wege wird begründen können.

1) Die strenge Formel lautet

$$Q = \frac{\sigma}{4}\frac{\omega_1}{\varkappa_1\nu}\left\{\left(1-e^{-\frac{2l\varkappa_1\nu}{\omega_1}}\right) + R^2\left(1-e^{-\frac{2l\varkappa_1\nu}{\omega_1}}\right)\right\} + \\ + \sigma R l \cos\frac{\nu\xi_r}{\omega_1}.$$

Göttingen und Breslau, Januar 1911.

(Eingegangen 7. Februar 1911.)

Einige Beiträge zur Theorie der Brownschen Bewegung mit experimentellen Anwendungen.

(Some Contributions to the Theory of Brownian Moments, with Experimental Applications.)

Von H. Fletcher[1]).

§ 1. Verschiebung eines in einem Gase suspendierten Teilchens infolge der Stöße seitens der Gasmoleküle.

Es sei m die Masse eines in einem Gase suspendierten kleinen sphärischen Teilchens, a sein Halbmesser, v seine Geschwindigkeit zur Zeit t, X die x-Komponente der Kraft, die durch die nicht im Gleichgewicht stehenden Stöße der Gasmoleküle entsteht, und μ der Koeffizient der inneren Reibung des Gases. Dann ist die Gleichung der Bewegung längs der x-Achse:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -6\pi\mu a k\frac{dx}{dt} + X. \qquad (1)$$

In dem Gliede $6\pi\mu a k\frac{dx}{dt}$ ist k eine Funktion von a, die von den Oberflächenbedingungen des Teilchens abhängt. Durch eine Rechnung, die sich auf die Wahrscheinlichkeitstheorie gründet, fand Cunningham[1]), daß k gegeben ist durch die Gleichung

$$k = \left\{1 + \frac{1{,}63\frac{l}{a}}{f + 2(1-f)}\right\}^{-1}. \qquad (2)$$

In dieser Gleichung ist l die mittlere freie Weglänge des Gasmoleküls und f der Bruchteil der Gesamtzahl sämtlicher Stöße, die vollkommen elastisch sind. Versuche, die Herr Professor Millikan und ich[2]) an kleinen Öltröpfchen, die in Luft suspendiert waren, angestellt haben, haben diese Formel für Teilchen, die größer als $a = 5\cdot10^{-5}$ cm waren, bestätigt und haben dargetan, daß für Öl $f = 0$ ist, d. h. daß bei dieser Substanz sämtliche Stöße unelastisch verlaufen.

Wenn wir die Gleichung (1) mit x multiplizieren und

$$\frac{dx^2}{dt} = z$$

einsetzen, so erhalten wir:

$$\frac{m}{2}\frac{dz}{dt} + 3\pi\mu a k z = mv^2 + Xx. \qquad (3)$$

Durch eine Analyse, dieselbe, wie sie Langevin[3]) angegeben hat, findet man, daß das mittlere Quadrat der Verschiebung durch

$$\bar{x}^2 = \frac{2\varepsilon t}{9\pi\mu a k} \qquad (4)$$

gegeben ist, wo ε die mittlere kinetische Energie des Gasmoleküls ist. Abgesehen von dem Faktor k ist dies dieselbe Formel, die zuerst von Einstein[4]) und später von Langevin[5]) angegeben worden ist.

§ 2. Verteilung der Verschiebungen.

Um die Chance dafür zu finden, daß in

1) Einen zusammenfassenden Bericht über diese Arbeit hat Herr Professor Millikan auf der Versammlung der American Physical Society zu Minneapolis am 29. Dezember 1910 erstattet.

1) Proc. Roy. Soc. (A) **83**, 357, 1910.
2) Phys. Rev. 1910 (April); siehe auch einen kurzen Bericht in dieser Zeitschr. 11, 1097, 1910.
3) C. R. **146**, 530, 1908.
4) Ann. d. Phys. (4) **17**, 559, 1905.
5) C. R. **146**, 530, 1908.

einer Zeit t eine Verschiebung zwischen x und $x+dx$ erfolgt, wollen wir folgendermaßen vorgehen.

Es sei $f(x, y, z)\,dx\,dy\,dz$ eine Funktion, welche die Chance dafür angibt, daß eine Verschiebung zwischen (x, y, z) und $(x+dx, y+dy, z+dz)$ liegt. Da diese Chance nach allen Richtungen hin dieselbe sein muß, so muß $f(x, y, z)$ bei einer Achsentransformation invariant sein. Nach einem bekannten Theorem der Invariantenlehre wissen wir, daß die einzige Funktion, welche dieser Bedingung genügt, $f(x^2+y^2+z^2)$ st. Es ist daher

$$f(x, y, z) = f(x^2+y^2+z^2). \qquad (5)$$

Wenn $F(x)\,dx$ die Chance dafür ist, daß die x-Komponente der Verschiebung zwischen x und $x+dx$ liegt, dann ist die Chance dafür, daß die y-Komponente zwischen y und $y+dy$ liegt, $F(y)\,dy$, und die Chance dafür, daß die z-Komponente zwischen z und $z+dz$ liegt, $F(z)\,dz$. Dann ist:

$$\left.\begin{aligned} f(x^2+y^2+z^2)\,dx\,dy\,dz &= \\ &= F(x)\,dx \cdot F(y)\,dy \cdot F(z)\,dz. \end{aligned}\right\} \qquad (6)^1)$$

Die Auflösung liefert:

$$f(x^2+y^2+z^2) = A^3\, e^{s(x^2+y^2+z^2)} \qquad (7)^2)$$

und

$$F(x)\,dx = A\, e^{sx^2}\,dx. \qquad (8)$$

Da $F(x)$ mit zunehmendem x abnehmen muß, so muß s negativ sein; wir setzen deshalb $\alpha = -s$. A und α sind Funktionen, die nicht von (x, y, z) abhängen. Wenn wir daher N Beobachtungen an einem einzelnen Teilchen vornehmen, so ist die Anzahl n jener, welche Verschiebungen zwischen x_1 und x_2 haben, durch

$$n = NA \int_{x_1}^{x_2} e^{-\alpha x^2} dx \qquad (9)$$

gegeben. A und α sind durch die Gleichungen

$$N = NA \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = AN \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

und

$$x^2 = A \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx = A \cdot \frac{1}{2}\, \alpha^{-3/2} \sqrt{\pi}$$

oder

$$A = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} \qquad (10)$$

und

$$\alpha = \frac{1}{2\,\bar{x}^2} \qquad (11)^1)$$

bestimmt, und $\bar{x}^2$ ist durch Gleichung (4) gegeben.

Mit Hilfe der Gleichung (9) im Verein mit den Gleichungen (4), (10) und (11) sind wir imstande, zu berechnen, wie die Verschiebungen verteilt sein müßten. Weiter erhalten wir nach einem bekannten Verfahren für die mittlere positive oder negative x-Komponente der Verschiebung die Gleichung

$$x_a = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, \sqrt{\bar{x}^2}. \qquad (12)$$

Für den wahrscheinlichsten Wert der Verschiebung im Raume erhalten wir:

$$r_p = \sqrt{2}\, \sqrt{\bar{x}^2}. \qquad (13)$$

Für den mittleren Wert der Verschiebung im Raume erhalten wir:

$$r_a = 2 \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, \sqrt{\bar{x}^2}. \qquad (14)$$

Für den wahrscheinlichsten Wert der Projektion der Verschiebung auf eine Ebene erhalten wir:

$$R_p = \sqrt{\bar{x}^2}. \qquad (15)$$

Für den mittleren Wert der Projektion der Verschiebung auf eine Ebene erhalten wir:

$$R_a = \sqrt{\pi}\, \sqrt{\bar{x}^2}. \qquad (16)$$

§ 3. Wirkung der Brownschen Bewegung auf ein Teilchen, das sich unter dem Einflusse einer konstanten Kraft bewegt.

Wenn die Geschwindigkeit, die das suspendierte Teilchen infolge der Schwere besitzt, V ist, so ist die gesamte Verschiebung b in einer Zeit t gegeben durch:

$$b = Vt + x, \qquad (17)$$

und wenn V_1 die hieraus ermittelte Geschwindigkeit ist, so erhalten wir:

$$V_1 = V + \frac{x}{t}. \qquad (18)$$

Die Chance dafür, daß diese Geschwindigkeit auftreten wird, ist dieselbe wie die dafür, daß die Verschiebung infolge der Brownschen Bewegung x ist, und diese Chance ist

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\pi}}\, e^{-\alpha x^2} dx, \qquad (19)$$

wo α eine Funktion von t ist.

Dieser Ausdruck ergibt in Verbindung mit Gleichung (17) die Verteilung der Fallstrecken

1) Hierin ist die Annahme enthalten, daß die x-Komponente der Verschiebung von y und z unabhängig ist. Diesen Einwand hat Boltzmann gegen die Maxwellsche Arbeit über die Verteilung der molekularen Geschwindigkeit erhoben, er hat aber durch eine strengere Analyse dieselbe Endformel erhalten.

2) Dieses Verfahren ist im wesentlichen dasselbe, das Maxwell angewandt hat, um die Verteilung der molekularen Geschwindigkeiten in einem Gase zu erhalten.

1) Eine Erörterung, aus der hervorgeht, daß der auf diesem Wege erhaltene Wert für $\bar{x}^2$ derselbe ist, wie der aus Gleichung (4) gewonnene, werde ich in einer ausführlicheren Veröffentlichung geben.

während einer festgesetzten Zeit t. Für meinen Zweck ist es aber vielmehr wünschenswert, die Verteilung der Fallzeiten durch eine festgesetzte Strecke zu erfahren. Um diese zu erhalten, ersetzen wir in dem Ausdruck (19) x durch seinen Wert, wie er durch die Gleichung (17) gegeben wird, und a durch seinen Wert, wie er aus den Gleichungen (11) und (4) folgt. Dann ist unter N Wanderungen die Zahl der Fälle, daß ein Teilchen die Strecke b in einer Zeit zwischen t und $t+dt$ durchfallen wird:

$$dn = N\varkappa V t^{-3/2} e^{-\frac{\pi\varkappa^2}{t}(b-Vt)^2} dt, \qquad (20)$$

wo nach Gleichung (4)

$$\varkappa = \sqrt{\frac{9\mu ak}{4\varepsilon}}$$

ist.

Unter N Beobachtungen über die Zeit des Falles durch die Strecke b ist die Zahl der Fälle, die zwischen t_1 und t_2 liegen,

$$n = N\varkappa V \int_{t_1}^{t_2} y\,dt, \qquad (21)$$

wo

$$y = t^{-3/2} e^{-\frac{\pi\varkappa^2}{t}(b-Vt)^2}$$

ist. Für irgendein numerisches Problem läßt sich das Integral leicht dadurch erhalten, daß man y und t auf Koordinatenpapier aufträgt und die Quadrate zwischen den beiden Ordinaten t_1 und t_2, der Kurve und der t-Achse zählt.

In ähnlicher Weise erhält man, wenn ein elektrisches Feld, das dem Gravitationsfelde übergelagert ist, eine Geschwindigkeit V' hervorruft, und wenn V_2 die aus der gesamten Verschiebung in der Zeit t' berechnete Geschwindigkeit ist,

$$V_2 = V' + \frac{x'}{t'} \qquad (22)$$

und

$$n' = N'\varkappa' V' \int_{t_1'}^{t_2'} y'\,dt', \qquad (23)$$

wo

$$y' = \frac{e^{-\frac{\pi\varkappa^2}{t'}(b-V't')^2}}{\sqrt{t'}}$$

ist.

§ 4. Wirkung der Brownschen Bewegung auf den scheinbaren Wert der von einem suspendierten Teilchen getragenen elektrischen Ladung.

Die von Professor Millikan[1]) eingeführte Methode zur Messung von e besteht darin, ein isoliertes geladenes Teilchen zwischen zwei Kondensatorplatten zu bringen und seine Geschwindigkeit V_1 unter dem Einfluß der Schwere zu bestimmen und darauf seine Geschwindigkeit V_2, die es erhält, wenn das elektrische Feld angelegt ist.

Wenn E die Stärke des auf das Teilchen von der scheinbaren Masse m', der Dichte σ und dem Halbmesser a wirkenden elektrischen Feldes in absoluten elektrostatischen Einheiten ist, ferner g die Gravitationskonstante, l die mittlere freie Weglänge des Gasmoleküls und ϱ die Dichte des Gases, dann sind a und e durch die Gleichungen

$$a = \left|\frac{9}{2}\frac{\mu V_1}{(\sigma-\varrho)g}\right|^{1/2}\left|\left[1+\frac{2}{9}\frac{(\sigma-\varrho)g}{\mu V_1}\left(\frac{0{,}815\,l}{2}\right)^2\right]^{1/2} - \frac{0{,}815\,l}{2}\left(\frac{2}{9}\frac{\sigma-\varrho}{\mu V_1}g\right)^{1/2}\right| \qquad (24)$$

und

$$e = \frac{4}{3}\pi\frac{\sigma-\varrho}{E}ga^3\frac{V_1+V_2}{V_1} \qquad (25)$$

gegeben[1]).

Die scheinbare Ladung auf dem Teilchen ist sonach proportional $(V_1+V_2)V_1^{1/2}$, oder, als Funktion von t und t' ausgedrückt,

$$e = B\frac{1}{t^{1/2}}\left(\frac{1}{t}+\frac{1}{t'}\right). \qquad (26)$$

Die Gleichungen (24) und (25) sind unter der Annahme abgeleitet, daß Ee und $m'g$ die einzigen Kräfte sind, die auf den Tropfen wirken, d. h. daß die Kraft X, von der im § 1 die Rede war, null ist. Diese Annahme ist niemals streng richtig, denn die Gleichungen (18) und (22) zeigen, daß V_1 und V_2 selbst bei einem Teilchen, das weder seine Größe, noch seine Gestalt, noch die elektrische Ladung, die es trägt, ändert, Variable sind. Gleichung (21) lehrt indessen, daß für Teilchen, die größer sind als $a = 0{,}0001$ cm, und die eine Strecke b von der Größe von 1 cm durchfallen, praktisch alle Fallzeiten bis auf weniger als eine Zehntelsekunde übereinstimmen werden. Jedenfalls wird, wenn wir V_1 und V_2 durch V und V' ersetzen, der Wert, den wir für e erhalten, unveränderlich sein und die von dem Teilchen getragene wirkliche Ladung darstellen.

Es müßte möglich sein, die Verteilung der Werte von e zu ermitteln, aber die mathematische Durchführung wird sehr verwickelt. Selbst wenn wir einen solchen Ausdruck erhalten würden, so würde eine außerordentlich große Zahl von Beobachtungen erforderlich sein, ehe die beobachteten und die errechneten Werte übereinstimmen würden. In der Tat, wenn 100 Beobachtungen über die Fallzeit und 100 Beobachtungen über

1) Phil. Mag., Februar 1909, und Science (N. S.) **32**, 436, 1910, sowie diese Zeitschr. 11, 1097, 1910.

1) Die Ableitung dieser Formel findet sich in Phys. Rev., April 1910.

die Zeit im elektrischen Felde eine recht gute Übereinstimmung zwischen den beobachteten und den berechneten Werten von t und t' ergeben würden; so würden $(100)^2$ oder 10 000 Beobachtungen erforderlich sein, um dieselbe Übereinstimmung zwischen den beobachteten und den berechneten Werten von e zu ergeben. Ich habe deshalb beschlossen, das Problem auf folgende Weise zu lösen. Nachdem die t und die t' mit Hilfe der Gleichungen (21) und (23) berechnet sind, ist es erwünscht, zu wissen, welches t' bei irgendeinem gegebenen t auftreten wird. Von den N Werten von t' hat der eine gerade soviel Chancen, neben t aufzutreten, wie irgendein anderer. Wenn man also N kleine Quadrate aus Pappe, auf die man die Werte von t in der durch Gleichung (21) gegebenen Verteilung geschrieben hat, in einen Kasten legt und N weitere Quadrate, auf die man die Werte von t' in der durch Gleichung (23) gegebenen Verteilung geschrieben hat, in einen zweiten Kasten und dann die Kästen gut durchschüttelt, so werden die Paare von t und t', die man gleichzeitig aus den beiden Kästen zieht, wenn man ihre Werte in Gleichung (26) einsetzt, eine ähnliche Verteilung der Werte von e ergeben, wie man sie tatsächlich beobachtet.

§ 5. Vergleich zwischen Theorie und Experiment.

In den Tabellen 1 und 3 habe ich Beispiele von Daten gegeben, die unter Verhältnissen gewonnen worden sind, wo die Verschiebungen infolge der Brownschen Bewegung nicht zu vernachlässigen sind (siehe die Fußnote 2, S. 202, Sp. 2). In den Tabellen 2 und 4 sind Werte von t und t' angegeben, die aus den in den Tabellen 1 und 3 enthaltenen Daten mit Hilfe der im § 3 entwickelten Formeln abgeleitet worden sind. t_1 und t_2 sind die Integrationsgrenzen für das Integral in Gleichung (21); n ist die Anzahl der Fälle, in denen die Fallzeiten zwischen diesen Grenzen liegen sollten, und „n beob." ist die Anzahl der beobachteten Fälle, die innerhalb dieser Grenzen liegen. t_1' t_2' n', n' beob. und t_1'', t_2'', n'', n'' beob. haben ähnliche Bedeutungen. Beispielsweise sagt in Tabelle 2 die Theorie voraus, daß 8 bis 9 Werte von t zwischen 19 und 20 Sekunden liegen. Tabelle 1 zeigt, daß 8 Werte innerhalb dieser Grenzen beobachtet wurden.

Die Zahlen sind in C.G.S.-Einheiten ausgedrückt. V ist in der Weise gewonnen worden, daß der Mittelwert von V_1 genommen wurde. Daß dieses Verfahren berechtigt ist, wird aus Gleichung (18) ersichtlich, denn für eine große Zahl von Werten für V_1 ist Σx null. In ähnlicher Weise wurden V' und V'' gefunden. Der Wert von a ist aus Gleichung (24) berechnet worden. k bei 23° C ist als $\left(1+\frac{7{,}7\cdot 10^{-6}}{a}\right)^{-1}$ angenommen worden; μ bei 23° C ist 0,0001825, und ε bei 23° C ist $6{,}25\cdot 10^{-14}$ (dieser Wert wurde erhalten, indem $e = 4{,}90\cdot 10^{-10}$ angenommen wurde).

Tabelle 1.

Plattenabstand 1,6 cm; Temperatur 23° C. $b = 0{,}037$ cm, $o = 0{,}9$, 340 Volt.

t			t'	
24,2	19,0	22,0	18,0	17,6
22,2	17,0	21,6	19,0	17,2
27,0	26,4	18,0	21,0	17,4
26,6	20,6	21,4	19,4	18,8
25,0	18,4	16,8	15,8	19,6
17,2	18,8	20,8	21,0	18,4
26,4	20,8	15,6	17,8	15,4
19,0	15,4	20,0	17,4	21,0
20,8	19,4	16,6	15,8	19,0
21,2	17,2	17,0	19,2	17,2
20,0	24,8	19,8	16,9	
17,8	19,4	21,0		
20,8	19,2	17,8		
14,6	21,8	18,2		
20,3	19,3	18,2		

Tabelle 2.

$V = 0{,}00184$, $a = 37{,}5\times 10^{-6}$, $k = 0{,}83$, $\varkappa = 452$, $N = 45$, $N' = 21$, $V' = 0{,}00202$.

t_1	t_2	n	n beob.	t_1'	t_2'	n'	n' beob.
0	16	1od. 2	3	0	15	0od. 1	0
16	17	1 „ 2	2	15	16	1 „ 2	3
17	18	3 „ 4	6	16	17	2 „ 3	1
18	19	6 „ 7	5	17	18	4 „ 5	6
19	20	8 „ 9	8	18	19	4 „ 5	3
20	21	8 „ 9	7	19	20	3 „ 4	5
21	22	6 „ 7	5	20	21	2 „ 3	1
22	23	4 „ 5	2	21	22	1 „ 2	2
23	24	2 „ 3	0	22	∞	1 „ 0	0
24	25	1 „ 2	3				
25	∞	1 „ 2	4				

Tabelle 3.

Plattenabstand 1,6 cm; Temperatur 23° C. $b = 0{,}0148$, $o = 0{,}9$; 326 Volt.

t	t'	$e\times 10^{10}$	t	t''	$e\times 10^{10}$
6,5	3,6	11,4	10,3	10,6	4,0
6,0	2,6	15,2	7,7	20,6	4,1
8,4	3,0	10,6	6,8	13,2	5,7
5,6	—	—	5,6	13,4	7,1
6,4	—	—	8,3	18,8	5,5
6,0	3,6	12,1	5,0	11,5	8,7
7,2	4,3	9,5	7,8	16,5	4,5
6,5	3,3	12,3	6,8	11,2	6,1
7,8	3,0	11,1	5,7	7,2	8,9
8,2	3,4	9,8	4,7	13,0	9,2
5,5	2,7	10,7	7,3	—	—
			7,4	15,4	5,0
			8,6	17,0	4,0

Tabelle 4.

$V = 0{,}00221$, $a = 40 \times 10^{-6}$, $k = 0{,}83$, $\varkappa = 452$, $N = 45$, $N' = 21$, $V' = 0{,}00202$.

t_1	t_2	n	n beob.	t_1'	t_2'	n'	n' beob.
0	5	0 od. 1	1	0	10	0 od. 1	2
5	6	5 „ 6	5	10	12	2 „ 3	3
6	7	9 „ 10	7	12	14	3 „ 4	3
7	8	6 „ 7	6	14	16	2 „ 3	1
8	9	2 „ 3	4	16	18	1 „ 2	2
9	∞	1 „ 0	1	18	∞	1 „ 0	1

t_1''	t_2''	n''	n'' beob.
0	3	1 od. 2	2
3	3,5	4 „ 5	4
3,5	4,0	2 „ 3	2
4,0	∞	0 „ 1	1

In der Tabelle 5 ist eine Gegenüberstellung zwischen den beobachteten und den berechneten Werten von e gegeben. Die Zahlen in der Spalte mit der Überschrift „$e \cdot 10^{10}$ beob." sind dieselben Werte von e, die in der Tabelle 3 angegeben sind, nur in anderer Reihenfolge. Die Zahlen in der Spalte mit der Überschrift „$e \cdot 10^{10}$ ber." sind die nach dem in § 4 beschriebenen Verfahren berechneten Werte.

Tabelle 5.

$e \cdot 10^{10}$ beob.	$e \cdot 10^{10}$ ber.	$e \cdot 10^{10}$ beob.	$e \cdot 10^{10}$ ber.
4,0	4,2	9,2	11,1
4,0	4,2	9,5	10,5
4,1	4,5	9,8	11,1
4,5	5,2	10,6	11,4
5,0	5,4	10,7	11,7
5,5	5,4	11,1	12,3
5,7	5,7	11,4	12,4
6,1	5,8	12,3	12,5
7,1	7,3	14,5	13,6
8,7	8,5	15,2	18,0
8,9	8,6		

Dies sind Proben von mehreren Tabellen, die ich errechnet habe, und in denen die Fallstrecke b im Verhältnis 1 : 20 verändert wurde, und die sämtlich ungefähr dieselbe Übereinstimmung ergaben. Es ist vielleicht nicht richtig, zu sagen, daß diese Ergebnisse die oben mitgeteilten Formeln bestätigen, aber sie zeigen zur Genüge, daß die Theorie die Schwankungen vollkommen erklärt.

Wir hoffen, daß es uns möglich sein wird, hundert bis zweihundert Beobachtungen an einem einzelnen Tropfen zu machen, und dann wird die Übereinstimmung zwischen den beobachteten und den berechneten Werten viel besser werden. Es liegt auf der Hand, daß wir damit über eine sehr gute Methode verfügen werden, um die Theorie der Brownschen Bewegung in Gasen zu kontrollieren, und daß wir dadurch in der Lage sein werden, k für weite Grenzen von a und l zu bestimmen.

§ 6. Anwendung der Theorie auf die Arbeiten über e von Ehrenhaft[1]) und von Przibram[2]).

Die im vorstehenden entwickelte Theorie läßt sich nicht unmittelbar auf die Ergebnisse von Ehrenhaft anwenden, weil dieser Forscher nur ein Paar von Beobachtungen an einem einzelnen Teilchen vorgenommen hat. Man kann indessen einen Begriff von der zu erwartenden Änderung erhalten, wenn man ermittelt, wie diese sich für ein einzelnes Teilchen von der durchschnittlichen Größe seiner Teilchen gestalten würde.

Seine durchschnittliche Zeit für den Fall durch eine Strecke von 0,0112 cm aus 156 Beobachtungen an Platin ist 6,86 Sekunden, und die durchschnittliche Zeit im elektrischen Felde ist 4,18 Sekunden. Die aus diesen Zahlen ermittelten Konstanten sind $N = 156$, $V = 1{,}63 \cdot 10^{-3}$, $V' = 2{,}68 \cdot 10^{-3}$, $a = 5 \cdot 10^{-6}$, $k = 0{,}394$ und $\varkappa = 114$. Setzt man diese Werte in die Gleichungen (21) und (23) ein, so erhält man die in der nachstehenden Tabelle 6 enthaltenen Ergebnisse.

Tabelle 6.

t_1	t_2	n	n beob.	t_1'	t_2'	n'	n' beob.
0	2	2 oder 1	1	0	1	0 oder 1	1
2	3	7 „ 8	9	1	2	8 „ 9	16
3	4	10 „ 11	17	2	3	21 „ 22	32
4	5	12 „ 13	22	3	4	25 „ 26	27
5	6	12 „ 13	24	4	5	23 „ 24	27
6	7	11 „ 12	23	5	6	18 „ 19	15
7	8	10 „ 11	15	6	7	14 „ 15	9
8	9	9 „ 10	12	7	8	10 „ 11	2
9	10	8 „ 9	7	8	9	8 „ 9	6
10	12	16 „ 17	14	9	10	6 „ 7	3
12	14	11 „ 12	4	10	12	8 „ 9	2
14	16	8 „ 9	4	12	∞	6 „ 7	4
16	20	12 „ 13	4				
20	∞	15 „ 16	1				

Die Übereinstimmung erscheint bemerkenswert, wenn man bedenkt, daß seine Beobachtungen alle an verschiedenen Teilchen gemacht worden sind. Vielleicht sind die langen Zeiten zu wenig vertreten, weil es schwierig war, ein Teilchen länger als eine halbe Minute im Gesichtsfeld zu halten, und vielleicht ist aus diesem Grunde die Übereinstimmung zwischen n' und n' beob. besser als die zwischen n und n beob. Hierdurch wird dargetan[3]), daß

1) Wien. Ber. 119 (2a), Mai 1910. Diese Zeitschr.
2) Wien. Ber. 119 (2a), Juni 1910. Diese Zeitschr.
3) Es wird indessen nicht dargetan, daß sie notwendig dieselbe Größe gehabt haben müssen.

die Teilchen, die Ehrenhaft beobachtet hat, alle von derselben Größe gewesen sein können und alle dieselbe konstante Ladung getragen haben können, und daß er trotzdem ähnliche Daten erhalten haben würde wie die aus seinen Tabellen ersichtlichen.

Ich habe die Werte für e nach dem im § 4 beschriebenen Verfahren ermittelt, indem ich den letzten Faktor in der Gleichung (24) $= 1$ gesetzt habe, um sie mit den in den Ehrenhaftschen Ergebnissen angegebenen Werten zu vergleichen: da aber die Tabelle ziemlich lang ist, so habe ich hier nur die Gruppenwerte aufgezeichnet. In der Tabelle 7 ist n die berechnete und n beob. die beobachtete Anzahl der Werte von e, die zwischen e_1 und e_2 liegen.

Tabelle 7.

$e_1 \cdot 10^{10}$	$e_2 \cdot 10^{10}$	n	n beob.
0	1	8	0
1	2	47	17
2	3	31	27
3	4	19	34
4	5	19	20
5	6	6	16
6	7	3	10
7	8	4	13
8	9	3	6
9	10	2	3
10	∞	6	4

Da die Theorie mehr lange Fallzeiten voraussagt als beobachtet wurden, sollte man erwarten, daß sie auch mehr niedrige Werte für e voraussagt, als nach Ausweis der Tabelle 7 auftreten.

Die Arbeit von Przibram ist etwas anders behandelt worden, weil er zwei Werte für t und t' für dasselbe Teilchen erhalten hat. Eine Berechnung der Fallzeiten zeigt, daß die Abweichung nicht annähernd so groß ist wie die, welche sich in seinen Tabellen zeigt; das bedeutet nur, daß seine Teilchen von verschiedener Größe waren. Man kann aber einen Begriff von den Unterschieden zwischen zwei aufeinanderfolgenden Fallzeiten gewinnen, wenn man die Änderung für die durchschnittliche Größe seiner Teilchen berechnet.

Von 220 an Phosphornebel ausgeführten Beobachtungen (Tabelle V der Arbeit von Przibram) ist die durchschnittliche Fallzeit durch 0,0416 cm 15,2 Sekunden. Danach ist: $V = 0{,}00275$, $a^2 = 44{,}4 \cdot 10^{-6}$, $k = 0{,}85$, $\varkappa = 499$; das ergibt für die Wahrscheinlichkeit, daß eine Fallzeit zwischen t_1 und t_2 liegen wird (siehe Gleichung (21)), die Gleichung:

$$P = 1{,}374 \int_{t_1}^{t_2} t^{-1/2} e^{-\frac{78}{t}(4{,}15 - 0{,}275)^2} dt.$$

Die Werte von P in der nachstehenden Tabelle 8 sind nach dieser Formel berechnet.

Tabelle 8.

t_1	t_2	P
12	13	0,074
13	14	0,13
14	15	0,31
15	16	0,32
16	17	0,17
17	18	0,04
18	19	0,004

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß zwei Zeiten nacheinander vorkommen werden, ist das Produkt aus den Wahrscheinlichkeiten dafür, daß jede für sich getrennt vorkommen wird. Beispielsweise ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß auf eine Zeit zwischen 14 und 15 Sekunden eine solche zwischen 16 und 17 Sekunden folgen wird, $0{,}31 \cdot 0{,}17 = 0{,}053$. Wenn eine solche Kombination eintritt, so liegt die prozentische Differenz zwischen 14 und 21. Von 110 Doppelbeobachtungen mußten 5 oder 6 eine Differenz von 14—21 v. H. infolge der vorstehend erwähnten Kombination aufweisen. Nimmt man alle möglichen Kombinationen, so erhält man:

zwischen 0 v. H. u. 7 v. H. ungefähr 45 Beob.
„ 7 „ „ „ 14 „ „ „ 37 „
„ 14 „ „ „ 21 „ „ „ 20 „
oberhalb 21 „ „ „ 10 „

Berechnet man die prozentische Differenz bei zwei aufeinanderfolgenden Fallzeiten aus der Tabelle V der Arbeit von Przibram, so erhält man:

zwischen 0 v. H. u. 7 v. H. 55 Beobachtungen.
„ 7 „ „ „ 14 „ „ 26 „
„ 14 „ „ „ 21 „ „ 16 „
oberhalb 21 „ „ 13 „

Die Übereinstimmung ist gut genug, um darzutun, daß wir die Unterschiede, die er erhalten hat, aus der Theorie der Brownschen Bewegung erklären können. Diese Differenzen zeigen auch zur Genüge, wesbalb er ein Übereinandergreifen der Werte von $1e$ und $2e$ oder von $2e$ und $3e$ usf. gefunden hat.

In den vorstehenden Erörterungen habe ich durchweg k zu $\left(1 + \frac{7{,}7 \cdot 10^{-6}}{a}\right)^{-1}$ angenommen. Das ist vielleicht für die Art von Teilchen, die Ehrenhaft und Przibram beobachtet haben, nicht richtig. Aber selbst, wenn man k gleich eins setzt, reicht die errechnete Abweichung noch hin, um ihre Unregelmäßigkeiten vollauf zu erklären.

Zum Schlusse möchte ich Herrn Prof. R. A. Millikan und Herrn Dr. A. C. Sunn für

ihre vielen kritischen Hinweise und Ratschläge bestens danken.

Chicago, Universität, Ryerson Physical Laboratory, 20. Januar 1911.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 3. Februar 1911.)

Hochspannungsstörungen in Meßinstrumenten.

Von J. Zenneck.

Bei Betriebsmessungen in Hochspannungsanlagen ist man im allgemeinen auf die listenmäßigen sogenannten Präzisionsinstrumente angewiesen. Wenn man diese in die Hochspannungsleitungen selbst einschaltet, was unter Umständen notwendig ist, so ergeben sich infolge der Hochspannung Abweichungen, die man ihrem Charakter und ihrer Ursache nach in 2 Klassen einteilen kann.

1. Die normale elektrische (elektrostatische) Beeinflussung des beweglichen Systems durch das elektrische Feld im Instrument, welches in erster Linie durch die stromführenden Teile und andere damit verbundene oder isolierte Leiter im Instrument, auch durch isolierte und besonders durch geerdete Leiter außerhalb des Instruments bestimmt wird[1]).

2. Eine Hochspannungsstörung, deren Ursache Entladungen in der Dämpfungsvorrichtung sind, die dann sekundär zu starken elektrischen Kräften Veranlassung geben. In der Dämpfungsvorrichtung ist zwischen dem beweglichen Teil und dem festen nur ein sehr kleiner Abstand vorhanden. Wenn, wie es bei den listenmäßigen Instrumenten ziemlich allgemein der Fall zu sein scheint, der bewegliche Teil der Dämpfungsvorrichtung mit dem beweglichen System des Instruments leitend verbunden, der feste Teil der Dämpfungsvorrichtung von allen stromführenden Teilen des Instruments isoliert ist, so treten beim Betrieb zwischen beiden Teilen Spannungen auf, die zu Entladungen zwischen ihnen führen können. Dadurch erhält der feste isolierte Teil Ladungen, welche verhältnismäßig sehr starke Kräfte auf den beweglichen Teil der Dämpfungsvorrichtung und damit auf das bewegliche System des Instruments hervorrufen können[1]).

Während die Kräfte 1 dem Quadrat der effektiven Spannung proportional sind, treten die Störungen 2 von einer bestimmten Spannung an (derjenigen, die eben genügt, um eine Entladung in der Dämpfungsvorrichtung einzuleiten) plötzlich auf.

Bei einer bestimmten Spannung hängen die Kräfte 1 in durchaus regelmäßiger Weise von der Stellung des beweglichen Systems bezw. der Zeigerstellung ab[2]). Die Kräfte 2 dagegen können Null sein über einen großen Bereich der Skale (in welchem zufällig der bewegliche Teil der Dämpfungsvorrichtung etwas größeren Abstand von dem festen hat), während sie in einem andern Bereich der Skale in voller Größe auftreten. In der Figur sind z. B. für ein elektrodynamisches Wattmeter als Abszissen aufgetragen die Zeigerstellungen, als Ordinaten die Änderung der Zeigerstellung dadurch, daß das Instrument an eine Wechselspannung von 6000 Volt (effektiv) angeschlossen wurde. Kurve *a* zeigt die Änderung der Zeigerstellung, nachdem die Störung 2 beseitigt war (vergl. unten), d. h. also nur durch die Kräfte 1, die Kurve bezw. die schraffierte Fläche *b*[3]) dagegen für den Fall, daß sie vorhanden war, d. h. also durch die Kräfte 1[4]) und 2, wobei tatsächlich die Kräfte 2 nur im Gebiet der schraffierten Fläche wirksam waren.

Bezüglich der Kräfte 1 verhalten sich Instrumente desselben Typs nach meiner Erfahrung unter sonst gleichen Umständen wenigstens qualitativ gleich, während bezüglich der Störung 2 auch Instrumente desselben Typs ganz verschieden sein können. Das ist leicht verständlich: es genügt eine ganz geringe Unregelmäßigkeit der Fläche zwischen dem beweglichen und dem festen Teil der Dämpfungsvorrichtung, um die Störung 2 hervorzurufen.

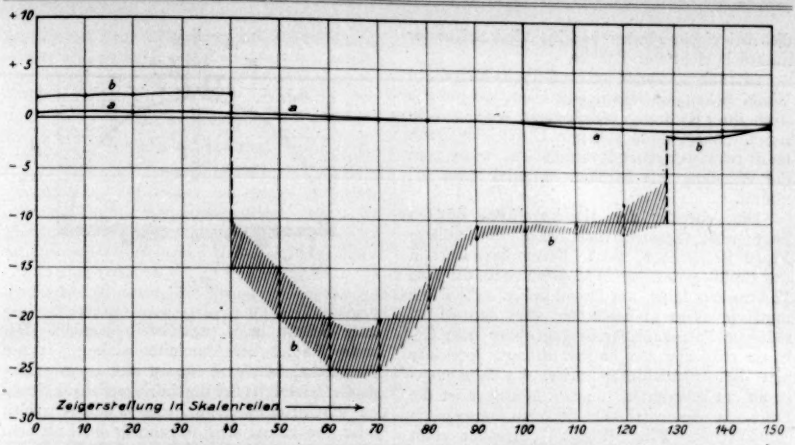
1) Die Kräfte 1 sind natürlich längst bekannt, vergl. z. B. C. Heinke, Handbuch der Elektrotechnik, II. Band, V. Abt., S. 13 (1908). „Zu beachten sind ferner die elektrostatischen Influenzerscheinungen, welche bereits bei Spannungen von 500 Volt und darüber sich bemerkbar machen, wenn das bewegliche System besonders gut von den Metallteilen des Gehäuses isoliert ist. Die am System liegende Spannung erzeugt in demselben eine elektrostatische Ladung, welche induktiv besonders auf die unter dem Zeiger des Systems liegenden Metallmassen, z. B. das Skalenblech, einwirkt. Es entsteht dadurch ein Festhalten des Zeigers, so daß sich derselbe indifferent einstellt. Die Abhilfe ist Sache des Fabrikanten und besteht darin, daß man die betreffenden Metallmassen mit dem System leitend verbindet." Über die Störung 2 und ihre Ursache habe ich in der Literatur nichts finden können. — Aus einer Abhandlung von M. Höchstädter, E.T.Z. 1910, S. 469 geht hervor, daß Siemens & Halske schon vor einem Jahre ein Präzisionswattmeter gebaut hat, „bei welchem durch besondere Konstruktion Ausschläge des Zeigers allein durch statische Ladung . . . . gänzlich vermieden waren".

1) Siehe vorige Spalte Note 1.

2) Vergl. J. Zenneck, Phys. Zeitschr. 11, 896, 1910. Es ist dort eine Methode angegeben, um den durch diese Kräfte hervorgerufenen Ausschlag für die verschiedenen Zeigerstellungen zu ermitteln.

3) Die schraffierte Fläche zeigt, innerhalb welcher Grenzen in diesem Fall die Änderung der Zeigerstellung variierte.

4) Die Ausschläge durch die Kräfte 1 sind in beiden Fällen nicht genau gleich, weil das Feld im Instrument durch die leitende Verbindung in der Dämpfungsvorrichtung etwas verändert wird.



Die Größe der Ablenkung, welche durch die Kräfte 1 hervorgerufen wird, betrug für Spannungen nicht über 6000 Volt bei den Instrumenten, die ich zu untersuchen Gelegenheit hatte, nirgends mehr als einige wenige Skalenteile, meist nur Bruchteile eines Skalenteils, vorausgesetzt nur, daß man das Instrument nicht in die unmittelbare Nähe von geerdeten Leitern stellt. Die Ablenkungen durch die Kräfte 2 können dagegen schon bei 4000 Volt mehr als 10 Skalenteile betragen. Während also die Ablenkungen durch die Kräfte 1 im allgemeinen nur kleine Korrektionen der Ablesungen bedingen und für jedes Instrument in einer bestimmten Aufstellung leicht ein für allemal zu bestimmen sind[1]), können die Störungen 2 wegen ihrer bedeutenden Größe und auch einer gewissen Launenhaftigkeit (die nach dem, was über die Ursache derselben oben gesagt wurde, leicht verständlich ist) die Messungen überhaupt unmöglich machen. Sie sind noch am harmlosesten, wenn sie ziemlich groß sind. Dann zeigt häufig ein Vibrieren des Zeigers das Vorhandensein einer Störung an, während in dem Fall, wenn sie nur einige Skalenteile betragen, von vornherein kein Grund vorhanden ist, den Angaben des Instrumentes zu mißtrauen.

Nachdem die Ursache der Hochspannungsstörung 2 erkannt war, war das Mittel zu ihrer Beseitigung selbstverständlich: eine leitende Verbindung zwischen dem festen und dem beweglichen Teil der Dämpfungsvorrichtung.

1) Siehe vorige Spalte Note 2.

Ludwigshafen a. Rh., Physikalisches Laboratorium der Badischen Anilin- und Sodafabrik.

(Eingegangen 15. Februar 1911.)

Ein Ionisierungsgefäß zur Messung von Radium- und Röntgenstrahlen.

Von H. Greinacher.

Die Form des Ionisierungsgefäßes spielt bei der Messung der Radium- und Röntgenstrahlen eine große Rolle. Die häufig widersprechenden oder doch nicht übereinstimmenden Resultate, die verschiedene Forscher über ein und denselben Gegenstand erhielten, rührten des öfteren von der Verwendung verschiedener Ionisierungsgefäße her. Während es zwar für manche Untersuchungen durchaus gleichgültig ist, ob man etwa einen Platten- oder Zylinderkondensator verwendet, sind diese Formen für andere durchaus ungeeignet. Man hat daher in neuerer Zeit zum Halbkugelkondensator gegriffen, welcher den Vorteil hat, daß die in denselben eintretenden Strahlen alle gleichen Weg zurücklegen und somit alle in gleichem Maße zur Ionisierung beitragen. Die Anordnung besteht gewöhnlich in einem halbkugeligen Gefäß mit ebenem Boden, der in der Mitte mit einem kleinen kreisförmigen Loch versehen ist. In welcher Richtung nun auch die zu messenden Strahlen durch dasselbe eintreten, immer legen sie denselben Weg, nämlich gleich dem Radius der Halbkugel zurück. Diese Eigenschaft ist für alle jene Strahlen von Wert, die durch Materie eine diffuse Zerstreuung erfahren oder diffus verlaufende Sekundärstrahlen erzeugen. Denn, überdeckt man hier etwa die Eintrittsöffnung mit einer Metallfolie, wie es für Absorptionsmessungen nötig ist, so legen die von dieser Folie ausgehenden Strahlen alle den gleichen Weg zurück, alle Strahlen kommen hier also in gleicher Weise zur Geltung, während

dies bei einem Platten- bez. Zylinderkondensator natürlich nicht der Fall ist.

Allerdings können auch an der halbkugeligen Wand Sekundärstrahlen entstehen, die nun, je nach ihrer Richtung, verschiedene Wege zurücklegen. Allein diese störende Erscheinung kann man sehr weitgehend vermindern, wenn man die Wandung aus leichtem Material (etwa *Al*) nimmt.

Die Vorteile der Halbkugelform dürften heute wohl allgemein einleuchten. Eine weitere Frage ist es aber, welche Form die isoliert in das Gefäß eintauchende Meßelektrode, die zum Elektroskop führt, am besten haben soll. Diese muß vor allem so beschaffen sein, daß sie bei mäßiger Potentialdifferenz gegenüber dem Gehäuse möglichst alle Ionen auffängt. Je kleiner nun die Potentialdifferenz ist, um Sättigungsstrom zu bekommen, um so günstiger ist die Form. In dieser Hinsicht muß ein konzentrisch eintauchender Ring (Fig. 1a) offenbar recht zweckmäßig erscheinen, eine Anordnung, wie sie z. B. in ähnlicher Weise J. Madsen[1]) verwendete. Von der konstruktiven Seite besser und in jeder Beziehung am einfachsten ist jedoch offenbar eine Stiftelektrode (Fig. 1b). Diese scheint nur den Nachteil zu haben, daß die Ionen an der Peripherie, erstens wegen der großen Entfernung, zweitens wegen des kleinen Potentialgefälles daselbst, nur schwer zu ihr gelangen; daß also die nötige Spannung zur Erzielung des Sättigungsstromes eine bedeutend höhere sein könnte.

Fig. 1.

Da mir aber immerhin die Brauchbarkeit der Stiftelektrode nicht ausgeschlossen schien, so habe ich mir die Aufgabe gestellt, die Messungsergebnisse bei Verwendung von Ring- und Stiftelektroden miteinander zu vergleichen. Ich habe die Ionisierungsstromkurven aufgenommen für Elektroden von verschiedenen Dimensionen und einerseits α-Strahlen, andrerseits β-Strahlen von verschiedener Intensität verwendet.

Das Ionisierungsgefäß.

Die Konstruktion des Ionisierungsgefäßes ist wohl ohne weiteres aus Fig. 2 ersichtlich, welche

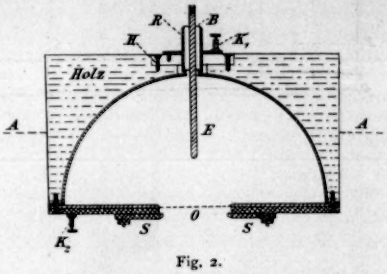


Fig. 2.

einen Schnitt in $^1/_2$ nat. Größe darstellt. Der innere Radius der Aluminiumhalbkugel (1 mm Blechdicke) beträgt 9 cm, ist also etwas größer als die Reichweite der durchdringendsten α-Strahlen (*ThC*, Reichweite: 8,6 cm), so daß α-Strahlen jeder Provenienz stets vollständig im Luftraum des Kondensators absorbiert werden. Der Boden besteht aus *Al*-Blech von 2 mm Dicke und einer Verstärkung von 4 mm dickem Messing. Diese Dicke genügt praktisch vollkommen, um alle β-Strahlen zu absorbieren. Etwa im Messing selbst gebildete sekundäre β-Strahlen werden durch das 2 mm dicke *Al* absorbiert. Läßt man also β-Strahlen von unten auffallen, so treten diese nur durch die kreisrunde Öffnung *O* ein. Dasselbe gilt für Röntgenstrahlen. Nur beim Messen der so überaus durchdringenden γ-Strahlen muß noch eine besondere Ausblendung des Strahlenbündels vorgenommen werden. In die Öffnung *O* können Blenden von verschiedener Kreisöffnung eingesetzt werden. Zum bequemen und raschen Befestigen dienen die beiden Riegel *S*. Auch können absorbierende Metallfolien verschiedener Dicke dort unter Verwendung eines besonderen Einsatzstückes eingeklemmt werden. Die Austrittsfläche der Strahlen aus den Metallfolien kommt an die Stelle der punktierten Linie. Diese liegt 2 mm tiefer als der Kugelmittelpunkt. Dies hat aber keinen wesentlichen Einfluß auf die Messungen, da auch die stets endliche Ausdehnung der Blendenöffnung ein vollkommen radiales Verlaufen aller Strahlen ausschließt.

Damit alles aus *Al* besteht und somit keine kontaktelektromotorischen Kräfte von nennenswertem Betrage vorhanden sind, ist auch die Elektrode *E* aus *Al* gewählt. Die Isolation von *E* geschieht durch den Bernsteinpfropfen *B*. Ein Schutzring *R* erlaubt, den Ionisierungsstrom im Kondensator bald durch Entladung der Elektrode (Elektroskop), bald durch Aufladung derselben (Quadrantelektrometer) zu messen. Im ersten Fall werden beide Klemmen K_1 und

1) J. P. V. Madsen, Phil. Mag. **18** (6), 909, 1909.

K_2 mit der Erde verbunden, im zweiten nur K_1, während K_2 an die Hochspannungsbatterie kommt. Der ganze Kondensator ist um eine Achse AA drehbar.

Die Messungen.

1. Mit α-Strahlen.

Die Öffnung O wurde mit einer Kreisscheibe verschlossen, auf welche ein starkes Poloniumpräparat (auf Cu-Streifen) gelegt war. Die Messung des Ionisierungsstroms geschah hier mit einem Siemensschen Drehspulgalvanometer (Empfindlichkeit: $3{,}3 \cdot 10^{-10}$ Amp./mm). An die Halbkugel wurde die Hochspannungsbatterie unter Zwischenschaltung eines Flüssigkeitswiderstands angelegt, während man E über das Galvanometer zur Erde ableitete. Da der Ionisierungsstrom sowohl in der einen Richtung wie in der anderen gleich groß war, wurde direkt der Ausschlag des Galvanometers bei Kommutieren der angelegten Spannung notiert.

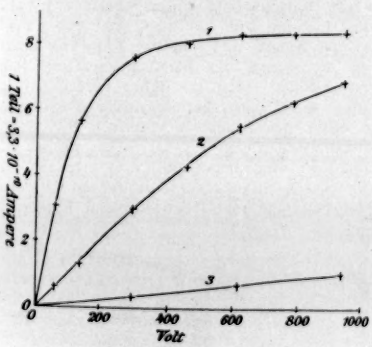


Fig. 3.

Länge des eintauchenden Stiftes: bei 1) 5,8 cm.
" " " " " 2) 3,4 "
" " " " " 3) 1 "

Fig. 3 gibt die Stromkurven für verschieden tief eintauchende Stiftelektroden, alle von 4,1 mm Dicke. Man sieht, daß, wenn man Stiftelektroden verwenden will, dieselben jedenfalls nicht zu kurz genommen werden dürfen. Bei 5,8 cm weit eintauchender Stiftlänge ist die Sättigung schon bei nicht allzu großer Spannung merklich erreicht. Viel längere Stifte sind wiederum nicht zu empfehlen, weil dann ein immer größerer Teil der von O ausgehenden Strahlen in der Elektrode E absorbiert wird. Bei der definitiv gewählten Länge von 5,8 cm betrug nach Rechnung der absorbierte Teil ca. $2\,^0/_{00}$, ein Ausfall, der dadurch, daß die Strahlen bis zur Absorption in der Elektrode immerhin noch zur Ionisierung beitragen, noch mehr verkleinert wird.

Fig. 4 zeigt den Unterschied der Kurven, wenn man einmal einen Stift allein, und einmal

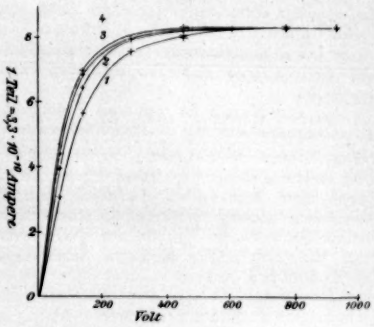


Fig. 4.

1) Mittelstift von 5,8 cm Länge allein
2) Mit Ring $D = 13$ cm, $H = 1$ cm, $d = 1$ mm.
3) " " $D = 10$ cm, $H = 1$ cm, $d = 1$ mm.
4) " " $D = 10{,}5$ cm, $H = 1$ cm, $d = 2$ mm.
D = Durchmesser des Ringes,
H = Höhe über dem Kondensatorboden,
d = Durchmesser des Ringdrahtes.

diesen in Verbindung mit Ringen verschiedener Dimension verwendet. Die Kurven nähern sich zwar in letzterem Fall rascher der Sättigung infolge der schon bei kleineren Spannungen an der Peripherie des Gefäßes abgefangenen Ionen. Die Spannung, bei der Sättigung erreicht wird, ist aber in allen Fällen wenig verschieden. Fig. 5 gibt noch die entsprechenden

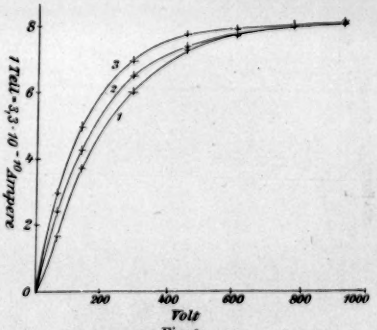


Fig. 5.

Ringe allein, befestigt an dem nur 1 cm eintauchenden Stift.
1) $D = 13$ cm, $H = 1$ cm, $d = 1$ mm.
2) $D = 10$ cm, $H = 1$ cm, $d = 1$ mm.
3) $D = 10{,}5$ cm, $H = 1{,}5$ cm, $d = 2$ mm.

Messungen, wenn Ringe allein verwendet werden. Der Vergleich mit Fig. 3 führt augenscheinlich zum Resultat, daß für α-Strahlen von kleinerer Länge (Reichweite für Polonium: 3,86 cm) die Stiftelektrode den Ringen nicht nur ebenbürtig ist, sondern diese sogar noch um vieles übertrifft. Man darf daher wohl erwarten, daß auch bei α-Strahlen von größerer Reichweite die Stiftelektrode den Ringelektroden nicht nachsteht.

Aus den Kurven ist somit als Endergebnis zu entnehmen, daß man mit einer Stiftelektrode bei α-Strahlen mit ungefähr 1000 Volt einwandfreie Messungen bekommt, sofern der Sättigungsstrom nicht über $1{,}4 \cdot 10^{-9}$ Ampere beträgt. Bei kleineren Strahlenintensitäten d. h. schwächeren Ionisierungen werden dann die Sättigungsströme auch bei entsprechend kleineren Spannungen bereits erreicht.

2. Mit β-Strahlen.

a) Große Intensität. Als Strahlenquelle diente hier ein in Glas eingeschlossenes Radiumpräparat von 3 mg reinem Radiumbromid. Das Präparat wurde unmittelbar auf die Öffnung des Kondensators gelegt, welch letztere mit einer *Al*-Folie von 0,1 mm Dicke verschlossen war. Der Strom war auch hier wieder so stark, daß er galvanometrisch gemessen werden konnte. Im übrigen zeigte es sich jedoch im Gegensatz zu den Ergebnissen mit α-Strahlen, daß der Ionisierungsstrom bei negativer angelegter Spannung größer war als bei positiver. Die Abweichungen nahmen zunächst mit wachsender Spannung zu, erreichten ein Maximum von etwas mehr als 5 Proz., nahmen wieder ab, um bei der Annäherung an den Sättigungsstrom zu verschwinden.

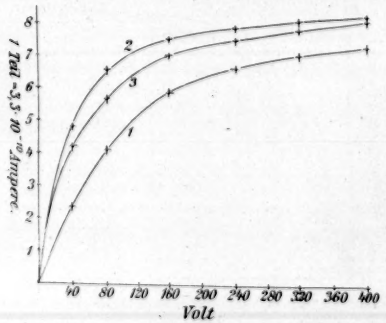


Fig. 6.

1) Stift allein, Länge 5,8 cm.
2) Ring allein, $D = 6$ cm, $H = 2$ cm, $d = 1$ mm.
3) „ „ $D = 10$ cm, $H = 1{,}5$ cm, $d = 1$ mm.

Ob die Erscheinung mehr mit der größeren Beweglichkeit der negativen Ionen oder den keineswegs gänzlich beseitigten Sekundärstrahlen zusammenhängt, möge hier dahingestellt bleiben.

Da im übrigen der negative und der positive Sättigungsstrom gleich groß war, so wurde wiederum für die meisten Kurven der galvanometrische Ausschlag bei Kommutieren der Spannung genommen. Fig. 6 gibt die Resultate für Stift und Ringe allein. Für β-Strahlen, welche ja im ganzen Kondensatorvolumen gleichmäßig ionisieren, scheint die Stiftelektrode augenscheinlich den Ringen nachzustehen. Von den letzteren scheint jedoch der kleinere (6 cm Durchmesser) der leistungsfähigere zu sein. Bei Annäherung an den Sättigungsstrom verschwinden aber die Unterschiede immer mehr und mehr. Es ergab sich für

Volt	Stift Länge 5,8 cm	Ring Durchm. 6 cm	Ring Durchm. 10 cm
960	8,35 mm	8,50 mm	8,60 mm
1440	8,60 mm	8,65 mm	8,60 mm

Die Stiftelektrode unterscheidet sich also schon bei 960 Volt nur noch um etwa 3 Proz. von den Ringen und gibt bei 1440 Volt innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler denselben Wert. Man ist daher berechtigt, die Stiftelektrode selbst bei intensiver β-Strahlung an Stelle der Ringe zu setzen. Bei einem Sättigungsstrom von $1{,}4 \cdot 10^{-9}$ Ampere ist bei 1400 Volt vollkommene Sättigung erreicht. Bei schwächeren Strahlungsintensitäten ist die Sättigungsspannung wieder entsprechend kleiner.

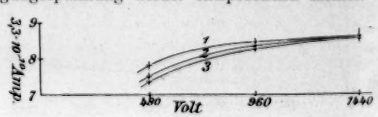


Fig. 7.

1) Stiftlänge = 5,8 cm, Dicke = 4,1 mm.
2) „ = 5,8 cm, „ = 2,0 mm.
3) „ = 5,8 cm, „ = 1,0 mm.

Fig. 7 gibt noch einen Vergleich für verschieden dicke Stiftelektroden. Bei 1000 Volt Spannung sind noch deutliche Unterschiede zu bemerken, während diese bei 1440 Volt so gut wie verschwinden. Trotz der nur geringen Überlegenheit des Viermillimeterstifts dürfte dieser doch seiner größeren Stabilität wegen den Vorzug verdienen.

b) Schwache Intensität. Es schien interessant, die Vergleiche wenigstens für die eine Strahlenart auch bei kleiner Intensität auszuführen. Es wurde, wie oben, auf das *Al*-Blättchen, das die Öffnung des Kondensators verschloß, ein schwaches Radiumpräparat gelegt. Der Strom wurde hier nach der Bronsonschen Methode der konstanten Ausschläge

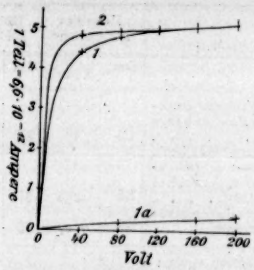


Fig. 8.

1) Stift von 5,8 cm allein.
2) Mit angehängtem Ring, $D = 10$ cm, $H = 1{,}5$ cm, $d = 1$ mm.
1a) Ionisierungsstrom ohne *Ra*-Präparat (Stiftelektrode).

gemessen. Wie Fig. 8 zeigt, verschmelzen sich die Kurven für Stift allein und mit angehängtem Ring schon bei etwa 120 Volt. Auf den ersten Blick scheint jedoch Sättigung in beiden Fällen nicht erreicht zu sein. Dies ist jedoch nur scheinbar, da bei der Entfernung des Radiumpräparates eine geringe Eigenionisierung im Kondensator zurückblieb. Kurve 1a zeigt den Verlauf des Ionisierungsstroms ohne besondere Bestrahlung. Es erfolgt ein beinahe linearer Anstieg, der übrigens den oberen Kurven von 120 Volt an nahezu parallel verläuft. Die oberen Kurven würden also tatsächlich unter Abzug der Eigenionisation horizontal verlaufen, d. h. sowohl für Stift als Ring ist von 120 Volt an Sättigung erreicht, und zwar beträgt der Sättigungsstrom hier $1{,}65 \cdot 10^{-11}$ Amp., ist also etwa 100mal kleiner als im früheren Fall, während als Sättigungsspannung ungefähr der 10. Teil des früheren Wertes genügt.

Die beobachtete kleine Eigenleitfähigkeit im Kondensator rührte, wie hier bemerkt sei, vielleicht von einer aus dem Zimmer stammenden Strahlung her, da in dem Raume viel mit Radium gearbeitet wurde. Noch wahrscheinlicher ist es, daß im Kondensator aus dem gleichen Grunde etwas Radiumemanation vorhanden war. Dafür spricht der Umstand, daß die Eigenionisation nach Öffnen des Kondensators häufig verschieden ausfiel. Auch deutet wohl der Verlauf von 1a, der trotz der geringen Intensität erst bei hohen Feldern Sättigung verspricht, darauf hin, daß hier die schweren Emanationsatome (große Ionen) z. T. die Stromträger bildeten.

Jedenfalls konnte diese Eigenionisation stets leicht in Abzug gebracht werden. Bei den galvanometrischen Messungen (starke Ionisierung) kam sie im übrigen überhaupt nicht in Betracht.

Als Resultat der angeführten Messungen folgt also, daß die Stiftelektrode mit Vorteil an die Stelle von Ringen gesetzt werden darf. Dies gilt sowohl für die Messung von α-Strahlen als von $\beta(+\gamma\text{-})$-Strahlen verschiedenster Intensität. Es besteht kein Zweifel, daß dieses Resultat auch für γ- und Röntgenstrahlen seine Gültigkeit hat, obschon es immer noch wünschenswert bleibt, daß auch letztere Strahlen noch für sich untersucht werden.

Kapazität, Zusatzteile.

Die Stiftelektrode wurde mit einem Elster-Geitelschen Elektroskop verbunden. Dies geschah in der einfachen Weise, daß man auf E einen Messingstift aufsetzte und auf diesen das Elektroskop, welches durchbohrten Blättchenträger hatte, aufsteckte. Die Kapazität der Stiftelektrode mit Elektroskop wurde nun so bestimmt, daß man im Kondensator einen Sättigungsstrom von bekannter Stärke (nach der Bronson-Methode gemessen) herstellte und den Spannungsabfall am Elektroskop bestimmte. Hat man in der Zeit t Sekunden einen Spannungsabfall von p absol., so ist der Strom i gegeben durch

$$i = \frac{cp}{t}.$$

Ist i bekannt, so folgt hieraus ohne weiteres c. Auf diese Weise ergab sich die unbekannte Kapazität des Systems zu 9,7 cm.

Kennt man die Kapazität, so kann man nun umgekehrt mittels aufgesteckten Elektroskops auch die Ionisierungsströme in absoluten Einheiten messen. Nach einer der von Wulf[1]) angegebenen Methoden kann man ferner unter Zuhilfenahme von c auch die Kapazität der eintauchenden Stiftelektrode allein bestimmen. Es ergab sich hierfür etwa $1\,^1/_2$ cm.

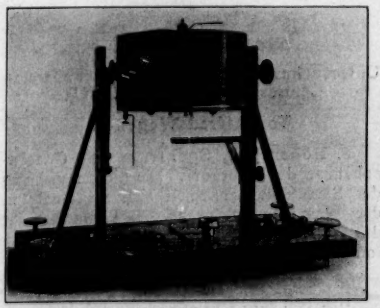


Fig 9.

1) Th. Wulf, diese Zeitschr. **10**, 253, 1909.

Die Kenntnis dieses Wertes ist darum wünschenswert, weil man mit seiner Hilfe umgekehrt auch wieder die Gesamtkapazität der mit irgendeinem andern Elektrometer verbundenen Stiftelektrode ermitteln kann.

Fig. 9 gibt noch die Ansicht des fertig montierten Ionisierungsgefäßes. An der Achse, um welche dasselbe drehbar ist, sind Anschläge angebracht, so daß die Eintrittsöffnung genau nach unten, oben oder der Seite gerichtet werden kann. Die genaue Justierung geschieht mittels der Fußschrauben und einer kleinen Libelle. Auf der Abbildung sieht man an der Strahlenöffnung die drei Schräubchen der Blendenvorrichtung, welche die Metallfolien anzudrücken gestatten. Direkt darunter ist ein kleines abklappbares und in der Höhe verstellbares Tischchen, auf das die radioaktive Substanz gelegt werden kann. Will man die radioaktive Substanz (etwa pulverisierte Mineralien) direkt an den Kondensator heranbringen, so wählt man das auf dem Grundbrett sichtbare Messingtellerchen. Nachdem man auf diesem das zu untersuchende Material ausgebreitet hat, wird es in die Öffnung eingesetzt. Rechts von diesem Tellerchen sieht man noch das die Elektrode und den Blättchenträger des Elektroskops verbindende Stängelchen, ferner ein auf den Kondensator aufzusteckendes Zwischenstück, auf welches der Hals des Elektroskopgehäuses kommt.

Zum Schlusse sei noch erwähnt, daß der Halbkugelkondensator in der hier beschriebenen Ausführung von der Firma Günther & Tegetmeyer in Braunschweig hergestellt wird.

Zürich, Physikal. Instit. d. Universität, Februar 1911.

(Eingegangen 20. Februar 1911.)

Untersuchungen über die Natur der obersten Atmosphärenschichten. II [1].

Von Alfred Wegener.

6. Höhenlage, Spektrum und Gaseinschlüsse der Meteore. Die Lichterscheinung der Sternschnuppen spielt sich vollständig in der Wasserstoffsphäre ab. Brezina hat für das Aufleuchten und Verlöschen folgende Zusammenstellung gegeben [2]):

Es fanden:	Höhe des Aufleuchtens km	Zahl d. Beob.	Höhe des Erlöschens km	Zahl d. Beob.
Al. Herschel aus Brandes' und Benzenbergs Beob.	113	17	87	210
H. A. Newton aus Beob. von 1798—1. (mit Inbegriff der v. Herschel verwendeten)	118	234	81	290
Secchi aus seinen eigenen Beobachtungen . . .	120	27	80	27
Im besonderen fanden:				
Weiß für die Perseiden (Augustmeteore) Europa,	114,6	49	87,9	49
Newton für die Perseiden, Amerika	112,4	39	90,1	39
Newton für die Leoniden (Novembermeteore) . .	154,9	78	97,8	78
Weiß für die Leoniden	132,5	4	79,8	4
„ „ „ „	151,4	6	95,1	6

Auch sonstige Beobachtungen geben ähnliche Werte. Bessel fand aus 31 Meteoren folgende mittleren Höhen: Zwischen

0	$22^1/_2$	45	75	$112^1/_2$	150	$187^1/_2$ km u. darüber
1	—	5	**14**	6	2	3 Meteore,

Schmidt und Heis [1]) fanden, daß die helleren Sternschnuppen größere Höhen liefern als die schwächeren, was in der folgenden Tabelle zum Ausdruck kommt, in welcher dieselben nach Größenklassen geordnet sind (I = hellste Klasse).

	I.	II.	III.	IV.
Mittlere Höhe	122	119	81	64 km
Zahl d. Beob.	14	20	24	21.

Hiermit stimmt die Angabe in der obigen Tabelle von Brezina überein, daß die schneller bewegten und darum auch helleren Leoniden in etwas größerer Höhe aufleuchten als die Perseiden. Denning (Bristol) hält Höhen von mehr als 240 km für selten, fand aber selber bei 9 unter 26 Meteoren als mittlere Höhe des ersten Aufleuchtens 200 km. Endlich sei die anläßlich der Augustmeteore vom Jahre 1867 von der Berliner Sternwarte veranstaltete Beobachtungsreihe angeführt, nach der sich die mittlere Höhe des Aufleuchtens zu 180, die des Verlöschens zu 80 km ergab.

Es kann hier weder eine vollständige Zusammenstellung noch eine Kritik der Beobachtungen gegeben werden; doch genügen die Zahlenwerte, um zu zeigen, daß die Sternschnuppen bei etwa 150 km aufleuchten und bei etwa 80 km verlöschen, so daß sie sich ganz in der Wasserstoffsphäre abspielen.

Die Leuchterscheinung selber ist offenbar auf die nahezu adiabatische Kompression des

1) I. Teil: siehe diese Zeitschr. **12**, 170, 1911.

2) Die Meteoriten vor und nach ihrer Ankunft auf der Erde; Vorträge d. Ver. z. Verbreit. naturw. Kenntnisse in Wien; Wien 1893.

1) Resultate aus zehnjährigen Beobachtungen über Sternschnuppen, Berlin 1852, S. 112.

Gases vor den Meteoriten zurückzuführen; bei der großen Geschwindigkeit (Größenordnung: 50 km pro Sekunde), mit welcher diese in die Atmosphäre eintreten, ist bereits der Wasserstoff zu träge, um auszuweichen, und wird daher bis zur Glühtemperatur komprimiert. Dies glühende Gas wirkt dann auf den Meteoriten wie eine Gebläseflamme und bringt ihn oberflächlich zum Schmelzen oder Verdampfen, was meist bis zur vollständigen Auflösung und Zerstreuung seiner Materie längs seiner Bahn in der Atmosphäre führt.

Da in den in Frage kommenden Höhen ein nennenswerter Gehalt an Sauerstoff nicht mehr vorhanden ist, so kann auch keine Verbrennung eintreten, wie man früher vielfach angenommen hat[1]); dagegen dürfte häufig eine Reduktion von Sauerstoffverbindungen eintreten, wodurch sich vielleicht manche mineralogische Eigentümlichkeiten der herabgefallenen Meteoriten erklären lassen.

Die Stärke der Lichtentwicklung muß hiernach in erster Linie von der Trägheit des Gases abhängen, welches von dem Meteor passiert wird. Daher tritt in der Geokoroniumsphäre überhaupt noch kein Glühen auf, dies Gas, dessen Trägheit außerordentlich gering anzunehmen ist, weicht vielmehr hinreichend schnell zur Seite aus[2]). Dagegen wird die Lichtentwicklung besonders lebhaft in den Fällen, in welchen das Meteor den Massenverlust in der Wasserstoffsphäre überdauert und in die Stickstoffsphäre eintritt, wo es meist mit einer Explosion endigt und seine Bruchstücke zur Erde herabfallen läßt. Die folgende Zusammenstellung über die Explosionshöhen, welche G. v. Nießl gegeben hat[3]), zeigt, daß diese stets innerhalb der Stickstoffsphäre liegen:

Explosionshöhen bei Meteoritenfällen:

12. Febr. 1875, Homestead, Nordamerika	3,7	km
5. Mai 1869, Krähenberg, Bayern	8,2	„
3. Febr. 1882, Mócs, Siebenbürgen, und zwar über Mócs	8,4	„
Gyulatelke	14,4	„
13. Dez. 1807, Weston, Nordamerika	11,1	„
9. Juni 1866, Knyahinya, Ungarn	11,9	„
13. Juli 1847, Braunau, Böhmen, unter	14,8	„
15. Juli 1878, Tieschitz, Mähren, beiläufig	20,0	„
14. Mai 1864, Orgueil, Frankreich	23,0	„
19. Juni 1876, Ställdalen, Schweden	40,8	„
30. Jan. 1868, Pultusk, Polen	41,5	km
26. Mai 1751, Hraschina, Agram, Kroatien	46,7	„

Es muß dahingestellt bleiben, ob bei dieser stärkeren Lichtentfaltung in der Stickstoffsphäre etwa auch die chemische Verbindung mit Sauerstoff eine Rolle spielt, der ja hier in immer größerem Betrage auftritt.

Die Erhitzung und Schmelzung geschieht nur ganz oberflächlich, da die Wärme keine Zeit hat, einzudringen. Noch nach dem Herabfallen läßt sich die tiefe Temperatur der Meteoriten feststellen.

Wenig aufgeklärt scheint bisher der Vorgang der Explosion selber zu sein. Vielleicht läßt sie sich[1]) auf eine immer schneller werdende Rotation zurückführen, die schließlich zur Zersprengung des Meteors durch die Zentrifugalkraft führt. Der Beginn dieser Rotation läßt sich nicht selten durch die Schraubenform der Bahn nachweisen, welche ganz den schraubenförmigen Fallbahnen der Schneeflocken entspricht.

Von großer Bedeutung für unser Problem ist die spektroskopische Untersuchung der Sternschnuppen, da ihr Licht wenigstens teilweise von glühender Luft herrührt. Leider liegen nicht viel brauchbare Beobachtungen vor[2]). Die älteren Okularbeobachtungen zeigen nur, daß der Kern ein kontinuierliches Spektrum, der Schweif helle Linien gibt. Photographische Aufnahmen (mit dem Objektiv-Prisma) sind bisher nur Pickering und Blajko gelungen. Der erstere erhielt folgende Linien (die Intensitäten sind hinzugefügt)[3]):

486	(10)	$= H_\beta$
464	(10)	?
434	(13)	$= H_\gamma$
420	(2)	?
412	(100)	$= H_\delta$
395	(40)	$= H_\varepsilon$.

Dies sind offenbar die 4 für die Photographie in Betracht kommenden Wasserstofflinien, sowie zwei andere Linien noch unbekannten Ursprungs. Für die Sicherheit der Identifizierung ist zu beachten, daß H_δ in der Tat photographisch am wirksamsten sein muß.

Blajko erhielt 2 Spektrogramme, die unter sich sehr ähnlich, aber von dem Pickeringschen verschieden sind[4]). In einer langen Reihe

1) Vgl. z. B. Valentiners Handwörterbuch d. Astronomie, Breslau 1898, II. Bd.

2) Vgl. die weiter unten angeführte Analogie zur Passage der Kometen durch die Sonnenkorona.

3) Sitz.-Ber. d. Wiener Akad. d. Wiss. **89**, 2. Abt., 283, 1884.

1) Worauf F. Flade mich freundlichst aufmerksam machte.

2) Vollständige Literatur siehe H. Kayser, Handbuch der Spektroskopie, V. Bd., S. 58. Leipzig 1910.

3) E. C. Pickering, Spectrum of a meteor. Harvard College Observat. Circul. 20; Nat. **57**, 101, 1897; Astrophys. J. **6**, 461, 1897.

4) S. Blajko, On the spectra of two meteors. Astrophys. J. **26**, 341, 1907.

schwacher Linien zeigen sie eine einzelne, außerordentlich starke Linie, die das eine Mal zu 393, das andere Mal zu 389 $\mu\mu$ bestimmt wurde. Blajko hält die Differenz für reell und spricht die erste als eine Kalziumlinie, die zweite als eine Heliumlinie an. Ich halte sie beide für identisch mit der Stickstofflinie 391, welche auch im photographischen Nordlichtspektrum außerordentlich stark hervortritt. Dies würde also besagen, daß Blajkos Meteore in die Stickstoffsphäre eingedrungen waren, während das Pickeringsche sich in der Wasserstoffsphäre abspielte.

Bei dem letzteren wird auch berichtet, daß die Helligkeit der Linien an verschiedenen Stellen der Meteorbahn verschieden war. Leider ist es mir nicht möglich, diese Spur zu verfolgen; man sollte aber meinen, daß es unter günstigen Umständen möglich sein müßte, auf diese Weise die Änderungen in der Zusammensetzung der Atmosphäre längs der Bahn des Meteors festzustellen.

Endlich sind noch die Gaseinschlüsse zu erwähnen, die in den Meteoriten enthalten sind und sich durch Erhitzen derselben austreiben lassen. Cohen gibt in seiner „Meteoritenkunde“[1]) eine tabellarische Übersicht über 9 Gasanalysen bei Eisenmeteoriten und 10 Analysen bei Steinmeteoriten. Die ersteren zeichnen sich durch hohen Wasserstoffgehalt, die letzteren durch hohen Gehalt an Kohlensäure aus. Als Durchschnittszahlen gibt Cohen an:

	H	CO_2	CO	N	CH_4
Eisenmeteoriten	63	8	21	8	(0,6) %
Steinmeteoriten	18	72	4	2	4 %

Die Erklärung der Anwesenheit dieser Gase in den Meteoriten bietet noch manche Schwierigkeit; man hat dabei auch die Möglichkeit in Betracht gezogen, daß sie durch die Gase der Erdatmosphäre verändert, vielleicht sogar erst in dieser aufgenommen wurden. Man könnte sich denken, daß die Spalten des Meteoriten sich beim Eintritt in die Atmosphäre mit Gas füllen und nachher durch Eindringen des oberflächlichen Schmelzflusses („schwarze Adern“) geschlossen werden; nach der Untersuchungsmethode zu urteilen, scheint es sich indessen eher um Absorption als um eigentliche Einschlüsse in Hohlräumen zu handeln. Vor allem aber haben diese Gase eine große Ähnlichkeit mit denjenigen, welche sich in den Kometenschweifen spektroskopisch nachweisen lassen, und die offenbar durch die Erhitzung des den Kometenkern bildenden Meteoritenschwarms ausgetrieben werden. Es ist aus diesem Grunde sehr wahrscheinlich, daß auch in den zur Erde herabgelangenden Stücken die Gase bereits enthalten waren, als sie noch außerhalb der Erdatmosphäre einherzogen.

1) Heft I (Untersuchungsmethoden und Charakteristik der Gemengteile), Stuttgart 1894, S. 178.

7. Analysen von Luftproben aus größeren Höhen. Der Vollständigkeit halber seien auch die Versuche erwähnt, die Änderung in der Zusammensetzung der Luft mit der Höhe durch direkte Analysen nachzuweisen.

Nach Hann[1]) hat die von Miller ausgeführte Analyse der von Welsh gesammelten Luftproben folgende Werte des Sauerstoffgehaltes gegeben:

Erdoberfläche	20,92 Proz.
4100 m	20,89 „
5500 „	20,75 „
5680 „	20,89 „

Der Ballon l'Aérophile brachte aus ca. $15\frac{1}{2}$ km Höhe 6 Liter Luft herab, deren Zusammensetzung nach Müntz folgende war:

O	20,79
N	78,27
Argon	0,93.

Die Werte für O und N am Erdboden sind 20,90 bzw. 78,06. Der Sinn dieser Änderung — wenn er reell ist — würde den Gasgesetzen entsprechen. Es muß deshalb dahingestellt bleiben, ob Humphreys (im I. Teil [S. 176] zitierte) Annahme richtig ist, daß innerhalb der Troposphäre die vertikale Durchmischung hinreicht, um die Volumprozente konstant zu halten.

Im ganzen sind die hier verfügbaren Höhen wohl zu gering, um auf diese Weise einen sicheren Nachweis für die Änderung der Zusammensetzung zu gestatten. Dies gilt auch für die im Jahre 1908 von Teisserenc de Bort mitgeteilten Untersuchungen[2]) (welche anscheinend noch fortgesetzt werden), zumal, da man sich hier auf eine spektroskopische Untersuchung der herabgebrachten Luft beschränkt zu haben scheint, die doch ganz ungeeignet ist, da es sich nur um geringe quantitative Differenzen handeln kann.

Kapitel III. Die Geokoroniumsphäre.

1. Das Polarlichtspektrum. Da auf photographischem Wege bisher nur die hellsten Linien des Polarlichtspektrums festgelegt werden konnten, muß sich eine umfassendere Untersuchung noch immer auf die älteren Okularbeobachtungen stützen, die aber außerordentlich ungenau sind. Wegen dieser Ungenauigkeit, die sich noch mit einer objektiven Veränderlichkeit des Spektrums paart, und der mitunter sehr

1) Lehrb. d. Meteorologie, II. Aufl., S. 8. Leipzig 1906.
2) Compt. rend. **147**, 219, 1908.

weitgehenden Kritiklosigkeit, mit der die Messungen diskutiert wurden, ist das Problem des Polarlichtspektrums immer schwieriger geworden, je mehr Beobachtungen zusammenflossen, und unsere erfahrensten Spektroskopiker scheinen heute die Hoffnung fast ganz aufgegeben zu haben, in diesem Chaos Ordnung zu schaffen. Ich bin jedoch der Überzeugung, daß die vorliegenden Anschauungen über die Zusammensetzung der Atmosphäre nicht nur imstande sind, hier den richtigen Weg zu weisen, sondern daß sie bereits die wesentlichsten Fragen lösen. Wir müssen hierzu etwas weiter ausholen.

Durch die Arbeiten von Ångström, Paulsen, Birkeland, Störmer u. a. sind alle Zweifel darüber beseitigt worden, daß das Polarlicht auf von der Sonne ausgehende Kathodenstrahlen zurückzuführen ist, welche durch das Feld des Erdmagnetismus abgelenkt werden und so auf der Schattenseite der Erde in ihre Atmosphäre eintreten[1]). In den obersten Schichten, in denen der Druck noch sehr gering ist, geschieht dann dasselbe, was wir in unseren Kathodenstrahlenröhren beobachten können: nur ein kleiner Teil der Strahlen wird zerstreut und bringt dabei eine schwache Leuchterscheinung hervor, während der Rest passiert. Bekanntlich verschwinden aber die Kathodenstrahlen, wenn der Druck etwa 0,1 mm Quecksilber erreicht; dann werden sie sogleich völlig zerstreut, das Gas ist dann undurchlässig für sie. Dementsprechend muß in der Atmosphäre die Lichtentfaltung nach unten zunehmen, bei Erreichung des Druckes von etwa 0,1 mm aber plötzlich ganz aufhören[2]). Nach der früher gegebenen Tabelle würde dies einer Höhe von 60 km entsprechen.

Eine Vergleichung mit den beobachteten Höhen des Polarlichts führt uns in ein Kapitel, das wohl ebenso schwierig ist wie dasjenige des Spektrums. Denn wenn man sich auch nicht wie Abbe in seiner umfangreichen Zusammenstellung der Höhenmessungen[3]) auf den Standpunkt zu stellen braucht, daß die Höhenmessungen prinzipiell keinen physikalischen Sinn haben, so ist doch sicher, daß vielfach Irrtümer vorkommen, indem von den beiden Beobachtern nicht dieselbe Erscheinung anvisiert wird. Obwohl z. B. Paulsen in Godthaab Höhen zwischen 0,6 und 67,8 km maß (14 unter 22 Fällen gaben Höhen innerhalb der Troposphäre!)[1]), so sind doch heute noch manche Forscher geneigt, alle Messungen unterhalb etwa 50 km als irrtümlich zu interpretieren. Hoffentlich wird die jüngst durch Störmer eingeführte photogrammetrische Methode[2]) bald ein einwandfreieres Material zu beschaffen helfen. — Trotz aller Unsicherheit läßt sich aber eins mit Bestimmtheit aussagen: daß sich besonders häufig und besonders einwandfrei der Unterrand der in Polargebieten so häufigen draperieähnlichen Formen zu etwa 60 km Höhe ergeben hat, also gerade übereinstimmend mit dem oben genannten theoretischen Wert.

Diese Draperien gehören zu den Formen strahliger Struktur; hiervon verschieden sind die homogenen Bögen, welche keine strahlige Struktur erkennen lassen und durch große scheinbare Ruhe ausgezeichnet sind. Sie liegen offenbar in viel größeren Höhen. Paulsen hat in Gemeinschaft mit La Cour während einer Überwinterung in Akureyri auf Island einen Versuch gemacht, die Höhe dieser Bögen trigonometrisch zu bestimmen[3]): „Die Entfernung der beiden Stationen war zu klein, um eine genaue Höhenbestimmung zu gestatten; aber die Messungen zeigen, daß man auch bei Zulassung von Einstellungsfehlern, die sicherlich nicht zu klein sind, dieser Art des Polarlichts mindestens Höhen von 400—500 km über dem Erdboden zuerkennen muß."

Wir werden später auf diese Form zurückkommen. Die uns zunächst interessierenden „Strahlen" reichen also, wie ersichtlich, von der Geokoroniumsphäre durch die Wasserstoffsphäre hindurch in die Stickstoffsphäre hinein. Hieraus resultiert eine große Mannigfaltigkeit des Spektrums.

Im untersten Teile treten die Stickstofflinien in den Vordergrund, von denen namentlich verschiedene sehr helle im violetten Teil des Spektrums liegen; da der unterste Teil der Strahlen stets der hellste ist, so sieht man sofort, daß die Stickstofflinien, namentlich im photographischen Spektrum, den Hauptbestandteil ausmachen müssen. Schon die älteren Okularbeobachtungen (vgl. die Tabelle weiter unten) lassen sie im sichtbaren Teil des Spektrums mit voller Deutlichkeit erkennen; namentlich gehören hierher die starken Linien 631, 530, 471 und 428 $\mu\mu$. Die letztere, und namentlich die

1) Vgl. namentlich die numerischen Auswertungen des Strahlenganges, welche Störmer gegeben und durch Modelle veranschaulicht hat: On the Trajectories of electric corpuscles in space under the influence of terrestrial magnetisme, applied to the aurora borealis and to magnetic disturbances, Archiv for Mathem. och Naturvidenskab (2) **28**, 47, 1906.

2) Vgl. Lenard, Über die Strahlen der Nordlichter, Sitz.-Ber. d. Heidelberger Akad. d. Wiss., math.-naturw. Klasse, 1910, 17. Abhdlg.

3) The Altitude of the Aurora above the Earths Surface, Terrestrial Magnetisme Vol. III, 5, 1898.

1) Observations Internationales Polaires 1882—83, Expédition Danoise, Aurores Boréales, observées a Godthaab, Copenhague 1891.

2) Compt. rend. **150**, 1631, 1910.

3) A. Paulsen, Sur les récentes théories de l'aurore polaire, Bull. de l'Académie R. des Sciences de Danmark 1906, **2**, 132.

bereits unsichtbare, aber photographisch sehr intensive Linie 391 wurden bereits von Westmann[1]), Paulsen (der auch noch 357 und 337 erhielt) u. a. photographiert[2]). Den Arbeiten des letzteren[3]) ist es hauptsächlich zu verdanken, daß die Stickstofflinien als vollkommen einwandfrei nachgewiesen betrachtet werden können.

Interessant, aber noch wenig aufgeklärt ist dabei das gelegentliche Auftreten einer lebhaften roten Linie bei 631, welche dem anodischen Stickstoffspektrum anzugehören scheint, während die meisten übrigen das Kathodenspektrum darstellen[4]). Das Auftreten dieser Linie ist stets auch für das Auge mit sichtbarer Rotfärbung der Strahlen verbunden. Vogel hat dies bereits 1872 konstatiert; er bemerkte auch, daß gleichzeitig auch 519 (die gleichfalls zum Anodenspektrum gehört) heller wurde. Ich habe in Carlheim-Gyllenskjölds Beobachtungsjournal[5]) häufig die Bemerkung gefunden, daß die Hauptpartie eines Strahlenvorhanges (Draperie) eine violette, der unterste Saum aber eine rote Farbe hatte. Auch erinnere ich mich, dies selber in Nordost-Grönland mehrfach beobachtet zu haben. Die erstere Farbe würde auf das kathodische, die zweite auf das anodische Spektrum hindeuten. Doch können wir auf diesen interessanten Unterschied, der bei Carlheim-Gyllenskjöld eingehend diskutiert wird, hier nicht näher eingehen.

Die Wasserstofflinien werden wir nicht mit gleicher Deutlichkeit markiert zu finden erwarten, da der Gehalt an Wasserstoff nach unserer früheren Tabelle nirgends größer als etwa 67 Proz. wird, und da erfahrungsmäßig das Spektrum eines Gases schon durch geringe Verunreinigungen stark geschwächt wird. Wir werden deshalb hier etwas vorsichtiger zu Werke gehen müssen, zumal, da uns die Photographie jetzt ganz im Stich läßt.

Im sichtbaren Teil kommen 4 Wasserstofflinien in Betracht, welche, der Helligkeit nach geordnet (unter gewöhnlichen Bedingungen), bei 656 (H_α), 486 (H_β), 410 (H_δ) und 434 $\mu\mu$ (H_γ), liegen. Frankland und Lockyer haben indessen nachgewiesen, daß bei sehr niedrigen Drucken, wie sie für uns allein in Frage kommen, die rote Linie 656 mehr und mehr zurücktritt und die grüne 486 die hellste wird[1]), so daß sich schließlich das ganze Spektrum auf diese eine Linie reduzieren kann, wie dies nach Scheiner übrigens auch bei den Sternnebeln beobachtet wird.

Wenden wir uns nun zu den Beobachtungen. Die umfangreichste und deshalb brauchbarste Reihe von Okularbeobachtungen hat Carlheim-Gyllenskjöld (a. a. O.) angestellt, die vollständigste Zusammenstellung aller Messungsreihen findet man in H. Kaysers Handbuch der Spektroskopie, V. Bd.[2]). Wir geben im folgenden die Messungen des ersteren wieder, die mit zwei verschiedenen Spektroskopen erhalten wurden. Die Anzahl der Fälle, in denen eine bestimmte Linie beobachtet wurde, kann hierbei als Maß für die Intensität gelten.

Spektroskop I		Spektroskop II		
Well.-Länge	Zahl d. Beob.	Well.-Länge	Zahl d. Beob.	
657	1			. . . . . H_α
645	1			
631	11			
612	7			
604	4			
594	3	595	1	
578	14	575	1	
566	12			
557	19	558	1	(Hauptlinie)
554	3			
551	8	547	5	
548	6			
545	3			
541	5	541	7	
538	6			
535	9	535	9	
530	8			
526	9	530	16	
523	14	524	13	
518	5			
515	6	513	5	
504	2	505	5	
500	1	500	3	
		493	7	
487	1	**484**	6	. . H_β
480	2			
470	1	471	16	
464	1	464	8	
		458	3	
		(445)	3	. . (H_γ)
		(424)	2	
		411	2	. . H_δ

1) Mesure d'un Arc de Méridien au Spitzberg. Tome II, 8. Sect., C, Aurores Boréales, Stockholm 1904. — Von den zahlreichen schwachen, nur in polarisiertem Licht auf dem Negativ erkennbaren Linien, die Westmann angibt, sehen wir hier ganz ab.

2) A. a. O. Siehe auch Pickering, Photographic spectrum of the aurora. Astr. Nachr. **148** (3491), 175, 1898.

3) A. Paulsen, Über die Identität eines Teiles des Nordlichtspektrums mit dem entsprechenden Teil des Kathodenlichtspektrums des Stickstoffs, Kgl. Danske Vidensk. Selskabs. Forh. **18**, 1900 (auch Met. Zeitschr. **18**, 414, 1901.)

4) Carlheim-Gyllenskjöld (siehe später) hält außer 631 noch folgende beobachtete Linien für Bestandteile des Anodenspektrums: 580, 575 (?) 544, 541, 537, 519.

5) Observations faites au Cap Thordsen, Spitzberg, par l'Expédition Suédoise (Internationale Polarforschung 1882—83), Tome II, 1, Aurores Boréales; Stockholm 1886.

1) Vgl. Berndt, Die elektrischen Spektra von Gasen und Gasgemischen. Jahrb. d. Radioaktivität u. Elektronik, **1**, 223, 1904.

2) Leipzig 1910, S. 47.

Diejenige der Wasserstofflinien, bei der die größte Intensität zu erwarten ist, nämlich 486, ist siebenmal beobachtet worden und erscheint somit als sicher nachgewiesen. Bei Kayser finden wir sie unter 41 Beobachtungsreihen 15mal vertreten. Dagegen ist die Linie 656 auf der schwedischen Expedition nur ein einziges Mal beobachtet worden, und es ist dies, wie es scheint, überhaupt das einzige Mal. Die Linie 410 wurde zweimal beobachtet, und bei Kayser ist sie auch noch in zwei weiteren Beobachtungsreihen (bei Lemström und Angot) vorhanden. Die Identifizierung der vierten Linie 434 stößt auf große Schwierigkeiten, einmal, weil bei ihr von vornherein keine große Intensität zu erwarten ist, so daß es fraglich erscheint, ob man ihre Anwesenheit postulieren soll, und dann, weil an dieser Stelle des Polarlichtspektrums offenbar mehrere Linien sehr dicht beieinanderliegen, die bei der Ungenauigkeit der Messungen schlecht oder gar nicht zu trennen sind. Namentlich liegt hier die eine der drei photographischen Hauptlinien, nämlich die Stickstofflinie 428.

Es scheint mir hiernach, daß man auch ohne Optimismus gegenüber der Zuverlässigkeit der Beobachtungen die Wasserstofflinien im Polarlichtspektrum als vorhanden zu betrachten hat, was übrigens die älteren Beobachter, wie Carlheim-Gyllenskjöld, auch ohne Bedenken taten. Gerade der Umstand, daß diese Linien in den zu erwartenden Helligkeitsabstufungen auftreten, dürfte eine Verwechslung ausschließen.

Von großem Interesse ist auch die folgende Zusammenstellung desselben Autors, nach welcher sich der Fuß der Strahlen von den oberen Partien derselben spektroskopisch unterscheidet:

Spektrum	Zahl der Linien im Gipfel d. Strahlen	Zahl der Linien im Fuß d. Strahlen
Luftspektrum	9	8
Spektrum d. Stickstoffs a. d. Anode	2	4
„ „ „ „ Kathode	10	14
„ „ Wasserstoffs	3	1
unbekannt	8	4

Während also die Zahl (d. h. die Intensität) der Stickstofflinien mit wachsender Höhe abnimmt, nimmt diejenige der Wasserstofflinien zu, genau wie es nach der Theorie sein sollte. Zugleich sei schon hier darauf hingewiesen, daß auch die unbekannten Linien, zu denen namentlich die Hauptlinie 557 $\mu\mu$ gehört, mit der Höhe zunehmen.

Es ist einleuchtend, daß man bei gleichzeitiger Höhenmessung und spektroskopischer Untersuchung das Polarlicht geradezu als ein von der Natur selbst in großem Stil veranstaltetes Experiment benutzen kann, um uns vollständigen Aufschluß über die Zusammensetzung der obersten Atmosphärenschichten zu verschaffen, und es ist zu hoffen, daß bald derartige simultane Beobachtungen ausgeführt werden.

Bei der naheliegenden Frage, ob auch das Helium im Spektrum erkennbar ist, muß berücksichtigt werden, daß nach Collie und Ramsay bei schwachem Heliumgehalt am leichtesten immer die grüne Linie bei 502, nicht die gelbe Hauptlinie bei 587 $\mu\mu$ erscheint. Carlheim-Gyllenskjöld führt getrennt 500 und 505 an, die möglicherweise hiermit identisch sein können; derartige Wellenlängen findet man bei Kayser unter den 41 Beobachtungsreihen 12mal.

Von der größten Bedeutung aber sind die Beziehungen, welche sich für die vielumstrittene Hauptlinie des Polarlichtspektrums (557 $\mu\mu$) ergeben, die nach unserer Hypothese dem Geokoronium angehört. In dieser Hinsicht sind namentlich die vorerwähnten „homogenen Bögen" wegen ihrer großen Höhe von Interesse.

Das Spektrum dieser homogenen Bögen scheint bisher noch niemals Gegenstand einer gesonderten Behandlung gewesen zu sein. Doch hat mir Herr La Cour, der Mitarbeiter Paulsens auf Island, in dankenswerter Weise darüber die folgenden Mitteilungen gemacht, welche infolge von Paulsens Tod bisher noch nicht veröffentlicht worden sind:

„Die homogenen Bögen, die sich zu Anfang des Abends oder in solchen Nächten zeigten, in denen das Nordlicht sich überhaupt nicht besonders stark entwickelte, gaben im Taschenspektroskop ausschließlich **557**. Diese Linie war oft sehr stark, und wenn ich beide Augen öffnete und so die Linie auf den Nordlichtbogen als Hintergrund projiziert sah, konnte ich keinerlei Unterschied im Farbenton zwischen 557 und dem Nordlicht sehen. Ich betrachtete dies als Beweis dafür, daß der sichtbare Teil des Spektrums dieser Bögen praktisch gesprochen monochromatisch war, und ich möchte die Proben, die ich in dieser Richtung anstellte, für recht scharfe halten. Wenn das Nordlicht aber strahlige Formen annahm, oder die Bögen eine warme Farbe bekamen, wie es oft geschah, bevor sie unruhig wurden, wurden auch noch andere Linien im Spektroskop sichtbar."

Herr La Cour fügt noch hinzu, daß von dem Zeitpunkt des ersten Auftretens des Linienreichtums ab, auch alle folgenden Nordlichter derselben Nacht diesen Reichtum zeigten. — Übrigens konnte er die Wasserstofflinien in dem nur schwachen Taschenspektroskop niemals mit Sicherheit erkennen.

Bei einer Diskussion der sorgfältigen Aufzeichnungen von Carlheim-Gyllenskjöld

komme ich zu demselben Schluß, daß die homogenen Bögen ein Spektrum geben, das im wesentlichen nur aus der Hauptlinie 557 besteht. Auch dieser Autor faßt das Polarlichtspektrum als eine Übereinanderlagerung verschiedener Spektra auf, deren eines lediglich aus der Hauptlinie besteht[1]): „La raie principale forme une de ces spectres élementaires. Elle apparaît très souvent seule." Es werden 14 Fälle aus den Beobachtungen der einen Überwinterung angeführt, wo diese Linie allein sichtbar war. Schlägt man diese Fälle im Beobachtungsjournal nach, so findet man folgende Bezeichnungen für die Form des Nordlichtes:

1. Lueur plus forte.	9. Bande zénithale et diffuse.
2. Bande. Peu de mouvement.	10. ?
3. Bande tranquille.	11. Quelques taches lumineuses
4. | Lumière diffuse.	12. Lueur.
5. |	13. Forte lueur.
6. Faible lueur diffuse.	14. ?
7. Lueur.	
8. Bande. Aucun mouvement.	

Nicht ein einziges Mal finden sich die doch sonst fast stets erwähnten Strahlen. Man darf dies wohl als einen weiteren Beweis dafür ansehen, daß es in der Tat die homogenen Bögen sind, welche nur die Hauptlinie im Spektrum zeigen. Da diese sich durch ihre große Höhe auszeichnen, werden wir mit Notwendigkeit darauf hingewiesen, die Entstehung der „Polarlichtlinie" gerade in den obersten Schichten der Atmosphäre zu suchen.

2. Das neue Gas Geokoronium. Die Hypothese, daß die Polarlichtlinie auf ein unbekanntes Gas zurückzuführen sei, ist nicht neu. Bereits Scheiner vermutet ein solches Gas „vielleicht von sehr kleinem spezifischen Gewicht, derart, daß es sich nur in den höheren Schichten der Atmosphäre vorfände"[2]). Huggins, Ramsay, Schuster u. a. haben allerdings darauf hingewiesen, daß die Polarlichtlinie innerhalb der Fehlergrenze mit der Hauptlinie des Kryptons zusammenfällt, und halten sie infolgedessen für identisch damit[3]). Da aber ihr Ursprung, wie soeben gezeigt, gerade in den höchsten Schichten der Atmosphäre zu suchen ist, so kann diese Erklärung bei dem außerordentlich großen spezifischen Gewicht des Kryptons meines Erachtens nicht aufrecht erhalten werden. Das gleiche gilt von den Versuchen, die Polarlichtlinie mit einer solchen des Argons zu identifizieren.

1) A. a. O. S. 170.

2) Spektralanalyse der Gestirne, Leipzig 1890, S. 341.

3) Vgl. hauptsächlich W. Ramsay, Die Gase der Atmosphäre und die Geschichte ihrer Entdeckung; Deutsch von Huth, Halle 1907, S. 146.

Unsere Hypothese eines sehr leichten Gases findet noch eine interessante Stütze in den Spekulationen, welche Mendeléeff an das von ihm aufgestellte periodische System der Elemente knüpft. Er kommt dabei nämlich zu dem Schluß, es müsse noch ein Gas geben, das leichter als Wasserstoff ist; etwa von dem Atomgewicht (einatomig) 0,4[1]). Bei der glücklichen Hand, welche dieser Forscher bei dem auf gleiche Weise vorausgesagten Element Germanium bewiesen hat, erscheint mir diese Hypothese sehr beachtenswert. Mendeléeff vermutet, daß das Koronium der Sonnenatmosphäre dies unbekannte Gas repräsentiert. Auf die Ähnlichkeit des letzteren mit unserem hypothetischen Geokoronium ist bereits mehrfach hingewiesen worden und wird im folgenden Abschnitt noch ausführlicher eingegangen werden.

Es erschien mir aus gleich zu besprechenden Gründen wünschenswert, das hypothetische Gas, wenn auch nur überschlagsmäßig, bei der numerischen Berechnung der Zusammensetzung mit zu berücksichtigen. Dazu habe ich angenommen, daß es das von Mendeléeff angegebene Molekulargewicht 0,4 besitzt, und außerdem, daß sein Partialdruck in rund 200 km Höhe gleich dem des Wasserstoffes ist. Zu der letzteren Annahme kommt man auf folgende Weise:

Die Beobachtungen der blauen Nachdämmerung von See deuten darauf hin, daß der Wasserstoff oberhalb 214 km in der Zusammensetzung zurücktritt.

Das Aufleuchten der Sternschnuppen bei 150—180, in extremen Fällen 200 km zeigt, daß von diesen Höhen abwärts der Wasserstoff der vorherrschende Bestandteil der Atmosphäre ist und das Geokoronium zurücktritt.

Aus dem Umstande, daß im Spektrum des Polarlichtes niemals die Wasserstofflinien allein sichtbar sind, muß geschlossen werden, daß die Schicht, in der dies Gas den Hauptbestandteil bildet, verhältnismäßig dünn ist; da die Wasserstofflinien außerdem stets zu den schwächeren gehören, muß der Maximalgehalt erheblich unter 100 Proz. bleiben.

Bei Berücksichtigung dieser Verhältnisse scheint mir die plausibelste Annahme die zu sein, daß die Atmosphäre in einer Höhe von rund 200 km gerade zur Hälfte aus Geokoronium und zur andern Hälfte aus Wasserstoff besteht. Aus dem so angenommenen Partialdruck läßt sich dann mit Hilfe des Molekulargewichts die Zunahme desselben bis zur Erde berechnen, und der volumprozentische Anteil an der Zusammensetzung für alle Höhen angeben,

1) Chem. Centralblatt 1904, I, S. 137; Prometheus 15, 97.

wie es in der Tabelle im I. Teil dieser Arbeit geschehen ist.

Es zeigt sich dabei, daß dieser zweite Umschlag in der Zusammensetzung sich außerordentlich viel langsamer vollzieht als der bei 70 km Höhe gelegene erste. Und dies Resultat ist, wie leicht einzusehen, unabhängig von unseren numerischen Annahmen. Läßt man z. B. das Molekulargewicht des Geokoroniums von 0 bis zu dem des Wasserstoffs variieren, so dreht sich die gestrichelte Grenzlinie zwischen Wasserstoff und Geokoronium in Fig. 2 um den bei 200 km festgehaltenen Punkt von einer Lage, die nur wenig schräger ist als die in der Figur gezeichnete, bis zur vertikalen Stellung, bei der in allen Höhen oberhalb 70 km jedem der beiden Gase 50 Proz. zukommen würden. Variieren wir aber die zweite Annahme, und nehmen z. B. in 300 statt in 200 km die 50 Proz. an, so resultiert eine fast parallele Verschiebung der gestrichelten Grenzlinie. Wir müssen also schließen: wenn es hier überhaupt ein solches Gas gibt, das leichter als Wasserstoff ist, so muß sich der Übergang zu ihm sehr langsam vollziehen.

Da auf diese Weise auch das Geokoronium noch unterhalb 60 km nicht ganz verschwunden ist, so ist es verständlich, daß selten oder nie ein Polarlicht beobachtet worden ist, welches die Hauptlinie nicht gezeigt hätte.

Da nach unserer Rechnung auch am Erdboden noch ein Gehalt von etwa 0,000 58 Volumprozente Geokoronium zu erwarten sind, erscheint ein direkter Nachweis nicht ausgeschlossen. Daß bisher ein solcher nicht geführt worden ist, darf aber wohl nicht wundernehmen, wenn man sich vergegenwärtigt, mit welchen Schwierigkeiten bereits der Nachweis des Wasserstoffs verbunden ist, für welchen doch erheblich mehr (0,0033 Volumprozent) anzunehmen ist.

3. Analogie zur Sonnenatmosphäre. Durch die vorliegenden Betrachtungen wird eine außerordentlich weitgehende Analogie zwischen der Erdatmosphäre und der Sonnenatmosphäre hergestellt. Auch die letztere enthält in Gestalt der Chromosphäre eine beiderseits begrenzte Wasserstoffzone. Die merkwürdige Erscheinung, daß im Spektrum des Sonnenrandes bei der daselbst stattfindenden Umkehr der Linien auch das entsprechende helle Linienstück der Heiumlinie vorhanden ist, während die zugehörige dunkle Absorptionslinie so gut wie fehlt, hat man durch die Annahme erklärt, daß das Helium nur in einer relativ dünnen Schicht etwa am Grunde der Chromosphäre einen hinreichenden Anteil an der Zusammensetzung hat, um im Spektrum anzusprechen; ganz ähnlich stellen sich, wie oben gezeigt wurde, rein rechnerisch auch die Verhältnisse in der Erdatmosphäre.

Vor allem sehen wir aber auch bei der Sonne oberhalb der Wasserstoffsphäre noch ein anderes, offenbar leichteres Gas, das Koronium, dessen sehr ausgedehnter Bereich, die Korona, nur bei totalen Sonnenfinsternissen sichtbar wird. Auch bei diesem Gase ist die Trägheit außerordentlich gering, denn bekanntlich sind die Kometen 1680, 1843 I, 1880 I, 1882 II und 1887 I durch die Korona hindurchgegangen, ohne daß sich ein Widerstand nachweisen ließ, ebenso wie die Sternschnuppen ohne Widerstand das Geokoronium durchdringen und erst im Wasserstoff aufleuchten.

Es liegt daher sehr nahe, das Geokoronium mit dem Koronium zu identifizieren. Diese Vermutung ist schon früh geäußert worden, wurde dann aber anscheinend allgemein aufgegeben, als sich herausstellte, daß das Spektrum der Korona offenbar vom Nordlichtspektrum verschieden ist.

Abgesehen von einem schwachen kontinuierlichen Spektrum, welches von diffuser Reflexion des Lichts der Photosphäre herrührt, ist für das Koronaspektrum eine grüne Linie charakteristisch, deren Position meist zu 532,7 $\mu\mu$ angenommen wird. Die Bestimmungen sind auch hier sehr unsicher; so fanden Lockyer, Campbell u. a., daß die Wellenlänge nur 530,3 betrage[1]).

Man hat mehrfach versucht, diese Koroniumlinie in irdischen Gasen nachzuweisen. So fanden Nasini, Anderlini und Salvadori bei Untersuchung vulkanischer Produkte, Gasen der Solfatara, Fumarolen des Vesuvs usw. mehrfach eine Linie bei 531,5 resp. 531,7 und vermuten, dies sei die Koroniumlinie. Liveing und Dewar[2]) verflüssigten Luft durch flüssigen Wasserstoff und sahen in dem nicht kondensierbaren Rest, den „flüchtigsten" Gasen der Atmosphäre, außer vielen anderen unbekannten, auch eine schwache Linie bei 530,4, während sie die Nordlichtlinie 557 nicht bemerken konnten. Wenn man nicht ganz auf Kritik verzichten will, kann man wohl hiernach das Koronium auf der Erde noch nicht als nachgewiesen betrachten.

Ich halte es einstweilen für hoffnungslos, durch Vergleich des Koroniumspektrums mit dem des Geokoroniums zu einem Resultat zu kommen, solange wir von jedem nur eine einzige Linie mit Sicherheit kennen. Doch ist es offenbar unberechtigt, aus der Verschiedenheit

1) W. W. Campbell, The wawe-length of the green coronal line. Astrophys. J. **10**, 186, 1899.

2) G. D. Liveing and J. Dewar, On the spectrum of the more volatile gases of atmospheric air. Proc. Roy. Soc. **67**, 467, 1900.

der beiden Linien zu schließen, daß auch die Gase verschieden sein müssen, zumal es sich beim Polarlicht um elektrisches Leuchten, bei der Sonnenkorona aber anscheinend um Temperaturleuchten handelt. Es ist hinreichend bekannt, daß alle Elemente über mehrere, oft viele verschiedene Spektra verfügen, die je nach den Versuchsbedingungen aus unbekannten Ursachen miteinander abwechseln; insbesondere sind Bogenspektrum, Funkenspektrum, Flammenspektrum und das Spektrum in der Geißlerröhre im allgemeinen verschieden voneinander. Von der Beziehung, daß das Lichtmaximum bei Änderung der Versuchsbedingungen von der einen Linie auf die andere übergehen kann, haben wir bereits oben Gebrauch gemacht. Wer vermag da zu sagen, ob wir überhaupt in der Sonnenkorona dasselbe Spektrum zu erwarten haben wie in der Geokoroniumsphäre, selbst wenn beide Gase identisch sind? Wenngleich also eine Klärung dieses Problems der Spektren zu einer definitiven Entscheidung verlangt werden muß, so lassen sich doch meines Erachtens gegenwärtig von dieser Seite her zwingende Gründe gegen die Identität nicht angeben. Die vollkommen parallele Art des Auftretens in der Erd- und Sonnenatmosphäre scheint mir dagegen so stark für dieselbe zu sprechen, daß ich nicht anstehe, sie für sehr wahrscheinlich zu erklären.

4. Das Zodiakallicht. Die Annahme liegt außerordentlich nahe, daß auch diese letzte Schicht der Erdatmosphäre, das Geokoronium, noch einen Dämmerungsbogen verursacht, und daß dieser Dämmerungsbogen mit dem wesentlichsten Teil des Zodiakallichtes identisch ist. Pechuel-Loesche schließt seine Beschreibung der Dämmerung mit den Worten[1]): „Der letzte farbige Abendschimmer geht unmerklich in den milden Silberglanz des Zodiakallichts über.“ Die charakteristische Pyramidenform, in welcher dies erscheint, würde die Annahme nötig machen, daß die Massenverteilung in der Sphäre des Geokoroniums bereits Unregelmäßigkeiten unterliegt; doch gerade dies führt zu einer neuen Analogie mit der Sonnenatmosphäre, da ja auch die Sonnenkorona eine sehr eigenartige, noch unerklärte Massenverteilung zeigt.

Dies gilt zunächst allerdings nur für die Haupterscheinung. Um auch die schwache Lichtbrücke, die sich über den ganzen Himmel zieht, sowie die Lichtverstärkung im Gegenpunkt der Sonne (den „Gegenschein“) zu erklären, müßte man annehmen, daß der interplanetarische Raum mit diesem leichtesten Gase in höchster Verdünnung angefüllt wäre, und man käme — die Identität des Koroniums mit dem Geokoronium vorausgesetzt — auf diese Weise dazu, die Gesamterscheinung auf eine zur Sonne gehörige, den ganzen Raum des Planetensystems erfüllende Koroniumatmosphäre zurückzuführen, von welcher die Sonnenkorona und die Geokoroniumsphäre nur lokale Verdichtungen darstellten[1]).

Dabei mag dahingestellt bleiben, ein wie großer Teil der Lichtreflexion auf die Beleuchtung kleinster, in diesem Raume verstreuter, fester Massenteilchen zurückzuführen ist, denen Seeliger sogar die Hauptrolle zuteilt[2]).

Daß es sich aber nicht lediglich um feste Partikel handelt, darauf deutet die von Respighi, Vogel und Wright gemachte Beobachtung, daß bisweilen im Spektrum des Zodiakallichtes auch die Nordlichtlinie auftritt. Hierher dürfte auch die von Brendel und Wiechert gemachte Wahrnehmung gehören, daß die Nordlichtlinie mitunter überall am Nachthimmel zu beobachten ist.

Wenn man von der Richtigkeit unserer Hypothesen ausgeht, so wird man von selbst auf eine sehr weittragende Anwendung dieser Anschauungen geführt. Es ergibt sich nämlich die Frage, ob nicht die Atmosphären der verschiedenen Himmelskörper in unserem Sonnensystem untereinander nach den Gasgesetzen im Gleichgewicht sind. Man könnte sie als lokale Verdichtungen einer das ganze Sonnensystem umspannenden Sonnenatmosphäre auffassen, so daß Druck und Zusammensetzung an jeder Planetenoberfläche eine einfache Funktion des Sonnenabstandes und der Schwerkraft des Planeten wären. Natürlich könnte dieser Satz nur für solche Gase gelten, die weder verbraucht noch erzeugt werden. Da diese Bedingung streng wohl nirgends zutrifft, so wird man auch nur eine näherungsweise Gültigkeit des Satzes erwarten.

Eine Verfolgung dieses Gedankens, für welche bereits Zöllner und Rogovski, freilich ausgehend von den früheren unvollkommenen Anschauungen über die Erdatmosphäre, Anfänge geliefert haben, würde den Rahmen der vorliegenden Arbeit überschreiten; ich hoffe an anderer Stelle auf sie zurückkommen zu können.

1) Kießling, a. a. O., S. 163.

1) Vergl. hierzu Fr. Schmidt, Das Zodiakallicht. Ein Versuch zur Lösung der Zodiakallichtfrage; Beitr. z. Geophys. **9**, 113, 1908.

2) Über kosmische Staubmassen und das Zodiakallicht. Sitz.-Ber. München **31**, 265; Seeligers Schüler K. Schwend vertritt dieselbe Ansicht in seiner Arbeit: Zur Zodiakallichtfrage (Inaug.-Diss., München 1904), welche viel Literatur enthält.

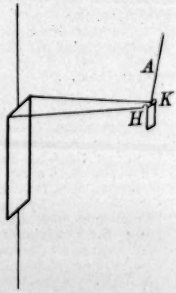
(Eingegangen 22. Februar 1911.)

Über Versuche, die Spiegelablesung zu verfeinern.

Von Wilhelm Volkmann.

Außer den neulich[1]) besprochenen Methoden mehrfacher Spiegelung sind noch einige andere Arten der Anordnung versucht worden, um kleinere Drehungen wahrzunehmen, als sie die Gauß-Poggendorffsche Spiegelablesung erkennen läßt. Manche von ihnen sind von ihren Erfindern überschätzt worden, andere sind wirklich sehr leistungsfähig, eine kritische Besprechung haben erst einige dieser Methoden erfahren, die nachfolgende Vergleichung will hier ergänzen.

Mechanische Vergrößerung des Spiegelausschlages ist mehrfach angewendet worden. Eine besonders günstige Anordnung stammt von Walter P. White[2]). Die seiner Beschreibung entnommene Figur zeigt, daß der Spiegel an



einem besonderen Faden hängt und durch zwei Spinnwebenfäden mit dem beweglichen System, der Spule eines Drehspulgalvanometers, so verbunden ist, daß die Drehung auf ein Vielfaches vergrößert wird. Die Berechnung, die White über die Leistung seiner Methode anstellt, scheint mir dieselbe zu ungünstig zu beurteilen, man hat vielmehr folgendermaßen zu rechnen: Der Spiegel, der nach den Betrachtungen auf S. 76 dieses Bandes dieser Zeitschrift die günstigste Größe hat, ist zu ersetzen durch einen schneller gedrehten, geometrisch ähnlichen, von solcher Größe, daß die Schwingungsdauer ungeändert bleibt. Der Aufhängefaden des Spiegels sei so dünn, daß seine Direktionskraft unmerklich ist, die Fadenübertragung bewirkt die n-fache Drehung mit $\frac{1}{n}$ des Drehmomentes. Ungeänderte Schwingungsdauer wird also erhalten, wenn der kleine Spiegel den n-ten Teil des Trägheitsmomentes von dem erhält, der bei der gewöhnlichen Anordnung der beste wäre (immer geometrisch ähnliche Spiegel vorausgesetzt). Jener Spiegel hat im Verhältnis zu diesem den Durchmesser

$$\sqrt[5]{\frac{1}{n}}$$

und da er sich mit n-facher Geschwindigkeit dreht, ist die Leistung der Methode

$$n\sqrt[5]{\frac{1}{n}} = \sqrt[5]{n^4}$$

mal so groß, als die der gewöhnlichen Spiegelablesung. Das Verfahren ist besonders günstig, wenn das schwingende Trägheitsmoment groß ist und der direkt befestigte Spiegel bei günstigster Größe nur durch einen unbequem großen Skalenabstand ausgenutzt werden könnte. Es empfiehlt sich auch in den von Herrn Geiger angeführten Fällen, wo man ohne Erhöhung der Empfindlichkeit eine größere Helligkeit und einen gedrungeneren Aufbau haben will. Wie hoch man n nehmen kann, hängt von der Starrheit der Fäden ab. White hat die Methode auch praktisch als gut anwendbar erprobt.

Mehrere Physiker haben versucht, mit Hilfe der Interferenzerscheinungen weiter zu kommen. Als einfach und sehr wirksam empfiehlt P. Weiß[1]) folgende Nullmethode. Von einem rechteckigen Spiegel wird ein Mittelstreifen geschwärzt und die Interferenzfigur (zweier Spalte) beobachtet, die die von den Rändern reflektierten Lichtbündel miteinander geben. Sie ist durchzogen von ziemlich scharfen dunklen Streifen. Rechnet man die Methode durch, so findet man, daß sie der gewöhnlichen nicht überlegen ist. Auch das Interferometer bietet, wie F. L. O. Wadsworth[2]) gezeigt hat, keinen Vorteil.

Die Interferenz polarisierter Strahlen benutzt Marcel Brillouin[3]) zu einer empfindlichen Methode. Die Anordnung mit dem Spiegel, die er in den Schlußsätzen seiner Abhandlung andeutet, gibt etwa die 6fache Empfindlichkeit der gewöhnlichen. Da der Aufbau immerhin recht umständlich ist, wird er nur ausnahmsweise Verwendung finden, die Berechnung sei deshalb nicht ausgeführt. Man hat die Spiegelbreite nötig, die die Versetzung des außerordentlichen Strahls gegen den ordentlichen in dem verwendeten Kalkspat und die Breite des zur Beobachtung der Streifen im Kompensator erforderlichen Gesichtsfeldes zusammen ergeben.

1) Diese Zeitschr. **12**, 183, 1911.
2) Phys. Rev. **19**, 320, 1904.

1) C. R. **128**, 876—877, 1899.
2) Phil. Mag. (5), **44**, 92—95, 1897.
3) C. R. **137**, 786—787, 1903.

A. Righi[1]) benutzt die Schattenstreifen, die zwei gleiche fast parallel übereinandergelegte Gitter geben. Er bildet ein Gitter über den Spiegel hinweg auf ein anderes so ab, daß die Streifen genau gleich breit werden und sich unter einem kleinen Winkel überkreuzen. Die Methode ist günstigenfalls 10mal so empfindlich als die gewöhnliche Spiegelablesung, denn bei guten Gittern ist eine Verschiebung um ein Hundertstel des Streifenabstandes noch gut erkennbar und die Abbildungsschärfe braucht nur wenig besser zu sein, wie bei der gewöhnlichen Spiegelablesung. Da die Schattenstreifen auch gegen Drehung eines der Gitter sehr empfindlich sind[2]), läßt sich auch eine Anordnung finden, die statt von der Spiegelbreite in ihrer Leistung von der Spiegelhöhe abhängig ist. Die Rechnung erweist sie aber als minderwertig. Eine vollständige Durchrechnung dieser Methoden an dieser Stelle dürfte überflüssig sein, weil die mehrfache Spiegelung ebenso leistungsfähig und sehr viel bequemer ist.

1) Cim. (3) **21**, 203—228; **22**, 10—34, 1887.
2) U. Behn, Ber. d. D. Phys. Ges. **8**, 205—208, 1906.

(Eingegangen 15. Februar 1911.)

Zur Theorie der Dämpfung bei Hertzschen Wellen.

Von B. Macků.

Zu der gleichgenannten Arbeit des Herrn M. K. Grober[1]) erlaube ich mir folgendes zu bemerken:

1. Aus den Anfangsbedingungen, d. h. daß für

$$t = 0$$

$$i_2 = \frac{di_2}{dt} = 0$$

ist, ist die zweite nicht richtig. Dieselbe soll heißen, daß die Potentialdifferenz an dem Kondensator des Meßkreises gleich Null ist.

2. Eine strenge Berechnung des Stromeffektes habe ich schon früher (diese Zeitschr. **9**, 437, 1908; Jahrb. d. drahtl. Telegr. **2**, 1909 u. **3**, 1910) und allgemein durchgeführt und weit einfachere Ausdrücke erhalten.

1) Diese Zeitschr. **12**, 121, 1911.

Brünn, Physik. Inst. d. Böhm. Tech. Hochschule.

(Eingegangen 20. Februar 1911.)

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Aachen Dr. Paul Levy für organische Chemie, an der Universität Leipzig Dr. Christian Füchtbauer (früher in Würzburg) für Physik, an der Universität Wien Dr. Gustav Mößler für organische und pharmazeutische Chemie.

Ernannt: Der Privatdozent an der Technischen Hochschule Berlin Dr. H. Barkhausen zum etatmäßigen a. o. Professor für Schwachstromtechnik, an der Technischen Hochschule in Dresden, der a. o. Professor an der Universität Bern Dr. Joseph Tambor zum ord. Professor für anorganische Chemie ebenda, der Adjunkt an der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik Dr. Moritz Topolansky zum Sekretär an dieser Anstalt.

Berufen: Der Privatdozent an der Technischen Hochschule Dresden Dr. Georg Brion zum a. o. Professor der Elektrotechnik an der Bergakademie Freiberg, der a. o. Professor für anorganische Chemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Lothar Wöhler zum ord. Professor der Chemie an der Technischen Hochschule Darmstadt, der Privatdozent an der Technischen Hochschule in Karlsruhe Dr. Max Winkelmann zum a. o. Professor für angewandte Mathematik an der Universität Jena, der Privatdozent an der Technischen Hochschule Darmstadt Dr. Paul Gast zum etatmäßigen Professor für Geodäsie an der Technischen Hochschule Aachen, der Vorstand der chemischen Sektion am K. K. Technologischen Gewerbemuseum zu Wien Dr. Paul Friedlaender zum ord. Pofessor der Chemie an der Technischen Hochschule Darmstadt.

Verliehen: Dem Privatdozenten für Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Darmstadt Dr.-Ing. Rudolf Goldschmidt der Titel Professor.

Auszeichnung: Der Professor für rationelle Mechanik am Polytechnikum Mailand Dr. Max Abraham ist zum korrespondierenden Mitgliede des Istituto Lombardo di scienze e lettere gewählt worden.

Gestorben: Der Chemiker Dr. Emil Jacobsen in Berlin, der ord. Honorarprofessor für allgemeine Chemie an der Universität Berlin Geheimer Regierungsrat Dr. Jacobus Henricus Van't Hoff.

Ihre Entlassung genommen haben an der Universität Moskau[1]): Prof. Dr. A. Eichenwald (Physik), Prof. Dr. Peter Lebedew (Physik), Prof. Dr. A. Sokolov (Physik), Prof. Dr. N. Umow (Physik), Prof. Dr. S. Caplygin (Mechanik), Prof. Dr. B Mlodzejewsky (Mathematik), Prof. Dr. N. Zelinsky (Chemie); Prof. Dr. V. Vernadsky (Mineralogie) und die Privatdozenten: P. Lasareff (Physik), A. Timirjazeff (Physik), A. Zinger (Physik), S. Vinogradov (Mathematik), A. Vlasov (Mathematik), A. Volkov (Mathematik), J. Zegalkin (Mathematik), A. Poljakov (Mathematik), N. Schilov (Chemie), G. Stadnikoff (Chemie), A. Tschitschibabin (Chemie), A Titov (Chemie), V. Karandejev (Mineralogie), J. Wulf (Mineralogie).

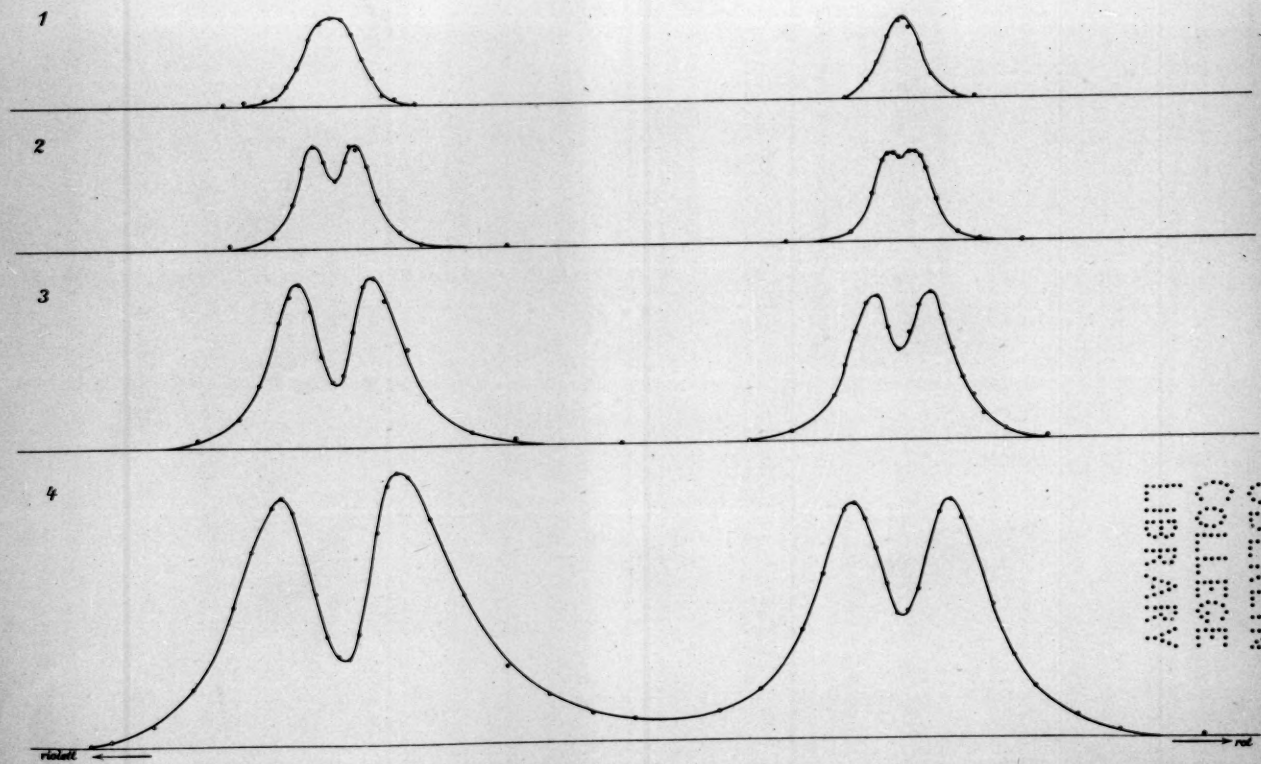
1) Von zuverlässiger, wohlunterrichteter Seite ist hierzu der Redaktion folgende Erläuterung zugegangen:

Im Januar d. J. brachen studentische Unruhen aus, und die Polizei hat auf eigene Veranlassung, ohne dem Rektor unterstellt zu sein, die Aufrechterhaltung der Ruhe in den Universitätsgebäuden in die Hand genommen. Bei diesen Verhältnissen war die gesetzlich dem Rektor zukommende Verantwortung für die Regelung des akademischen Lebens in den Universitätsgebäuden nicht mehr möglich und der Rektor Prof Dr. A. Manuiloff (Polit. Ökonomie) sowie seine Gehilfen Prof. Dr. M. Menzbir (vergl. Anatomie) und Prof. Dr. A. Minakov (Gerichtl. Medizin) legten dem Universitätssenat ihre Gesuche vor, sie von ihren Ämtern zu befreien.

Der Senat hat sowohl die Gründe in den Gesuchen als auch die Demissionen genehmigt.

Das Ministerium hat die Demissionen der Herren als Universitätsvorstände angenommen, und überdies die genannten Herren von ihrem Lehramte an der Universität enthoben. Eine Reihe von Kollegen der entlassenen Professoren sah sich daraufhin moralisch verpflichtet, zu demissionieren. Die herrschenden anormalen Verhältnisse des akademischen Lebens haben auch eine Reihe von Privatdozenten zum Aufgeben ihrer Tätigkeit veranlaßt. Aus der Gesamtzahl von 91 Professoren hatten bis 19. Februar 21 ihre Abschiede eingereicht.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



UNIVERSITÄTS BIBLIOTHEK